2.3 Kinetik der Spanneinheit

$g = 9.807 \cdot \frac{m}{s^2}$

Daten Kugelgewindetrieb

$P_{Sp} := 5 \cdot mm$ $\quad d_{0_Sp} := 32 \cdot mm$ $\quad \eta_{Sp_ant} := 0.9$ $\quad \eta_{Sp_abt} := 0.8$

$\alpha_{Sp} := atan\left(\frac{P_{Sp}}{d_{0_Sp} \cdot \pi}\right)$ Steigungswinkel

$C_{dyn_Sp} := 21600 \cdot N$ $\quad C_{stat_Sp} := 40000 \cdot N$ $\quad \alpha_{Sp} = 2.847 \cdot °$

$m_{Spm} := 0.62 kg$ Masse der Spindelmutter

$Hub_ges_{Sp} := 260 mm$

$L_{Sp} := Hub_ges_{Sp} + 100 mm$ $\quad L_{Sp} = 360 \cdot mm$

$m_{Sp} := L_{Sp} \cdot 5.45 \cdot \frac{kg}{m}$ Masse der Spindel $\quad m_{Sp} = 1.962 \cdot kg$

$J_{Sp} := 6.05 \cdot \frac{kg \cdot cm^2}{m} \cdot L_{Sp}$ Trägheitsmoment der Spindel $\quad J_{Sp} = 2.178 \cdot kg \cdot cm^2$

$M_{Sp_R} := 1.2 \cdot N \cdot m$ Reibmoment (Lagerreibung, Dichtung, Leerlaufmoment)

Daten Motor:

$J_{Mo} := 0.000870 \cdot kg \cdot m^2$ $\quad m_{Mo} := 10.3 \cdot kg$

$J_{Br} := 0.00055 \cdot kg \cdot m^2$

$M_{0_Mo} := 5.5 \cdot N \cdot m$ $\quad M_{Mo_max} := 18 \cdot N \cdot m$

Daten Linearführungen:

$m_{Fw_hor} := 0.25 \cdot kg$

Daten Spanneinheit:

$m_{SpEH} := 25 \cdot kg$

$J_{BC_Cz} := 5 \cdot kg \cdot cm^2$

$m_{BC} := 3kg$

$m_C := 3 \cdot kg$

Daten Linearführungen:

$F_{Rx} := 150 \cdot N$

$F_{Ry} := 50 \cdot N$

Kinematik Spanneinheit:

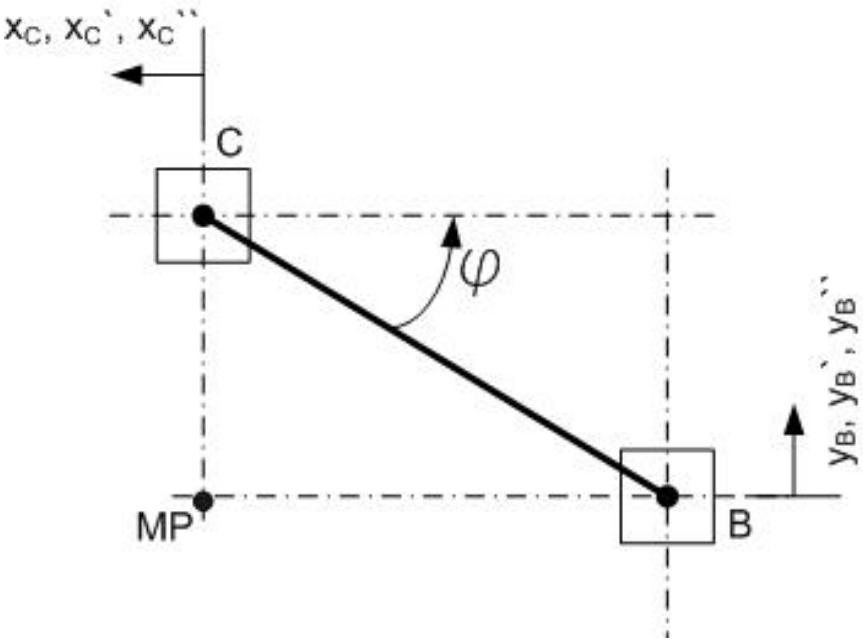
$BC := 290mm$

$\varphi_0 := acos\left(10 \frac{mm}{BC}\right)$

$\varphi_0 = 88.024 \cdot °$

$BC_0 := BC \cdot \begin{pmatrix} \cos(\varphi_0) \\ \sin(\varphi_0) \end{pmatrix}$

$BC_0 = \begin{pmatrix} 10 \\ 289.828 \end{pmatrix} \cdot mm$



Weg, Geschwindigkeit, Beschleunigung der Koppelstange BC im Schwerpunkt (x-Richtung)

$$x_{BC_S}(\varphi) := \frac{BC}{2}\cdot\cos(\varphi(t))$$

$$\frac{d}{dt}x_{BC_S}(\varphi) \rightarrow -145\cdot mm\cdot\frac{d}{dt}\varphi(t)\cdot\sin(\varphi(t))$$

$$\frac{d^2}{dt^2}x_{BC_S}(\varphi) \rightarrow -145\cdot mm\cdot\cos(\varphi(t))\cdot\left(\frac{d}{dt}\varphi(t)\right)^2 - 145\cdot mm\cdot\sin(\varphi(t))\cdot\frac{d^2}{dt^2}\varphi(t)$$

Weg, Geschwindigkeit, Beschleunigung der Koppelstange BC im Schwerpunkt (y-Richtung)

$$y_{BC_S}(\varphi) := \frac{BC}{2}\cdot\sin(\varphi(t))$$

$$\frac{d}{dt}y_{BC_S}(\varphi) \rightarrow 145\cdot mm\cdot\frac{d}{dt}\varphi(t)\cdot\cos(\varphi(t))$$

$$\frac{d^2}{dt^2}y_{BC_S}(\varphi) \rightarrow 145\cdot mm\cdot\cos(\varphi(t))\cdot\frac{d^2}{dt^2}\varphi(t) - 145\cdot mm\cdot\left(\frac{d}{dt}\varphi(t)\right)^2\cdot\sin(\varphi(t))$$

Weg, Geschwindigkeit, Beschleunigung der Spanneinheit (y-Richtung)

$$y_B(\varphi) := BC\cdot\sin(\varphi(t))$$

$$\frac{d}{dt}y_B(\varphi) \rightarrow 290\cdot mm\cdot\frac{d}{dt}\varphi(t)\cdot\cos(\varphi(t))$$

$$\frac{d^2}{dt^2}y_B(\varphi) \rightarrow 290\cdot mm\cdot\cos(\varphi(t))\cdot\frac{d^2}{dt^2}\varphi(t) - 290\cdot mm\cdot\left(\frac{d}{dt}\varphi(t)\right)^2\cdot\sin(\varphi(t))$$

Weg, Geschwindigkeit, Beschleunigung des horizontalen Führungswagen (x-Richtung)

$$x_C(\varphi) := BC\cdot\cos(\varphi(t))$$

$$\frac{d}{dt}x_C(\varphi) \rightarrow -290\cdot mm\cdot\frac{d}{dt}\varphi(t)\cdot\sin(\varphi(t))$$

$$\frac{d^2}{dt^2}x_C(\varphi) \rightarrow -290\cdot mm\cdot\cos(\varphi(t))\cdot\left(\frac{d}{dt}\varphi(t)\right)^2 - 290\cdot mm\cdot\sin(\varphi(t))\cdot\frac{d^2}{dt^2}\varphi(t)$$

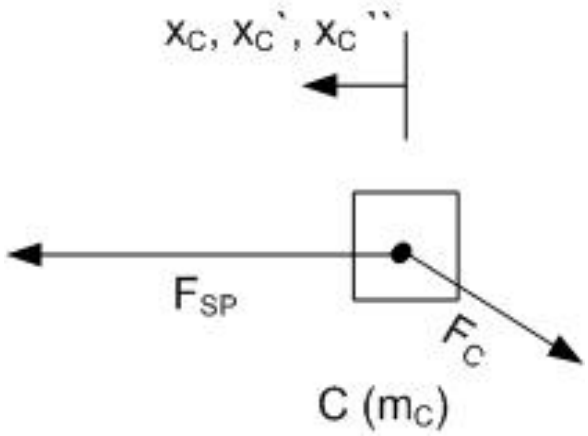
Winkel, Winkelgeschwindigkeit, Winkelbeschleunigung des Antriebs (Motor, Bremse, Spindel)

$$\varphi_{Mo}(\varphi) := x_C(\varphi)\cdot\frac{2}{d_{0_Sp}\cdot\tan(\alpha_{Sp})}$$

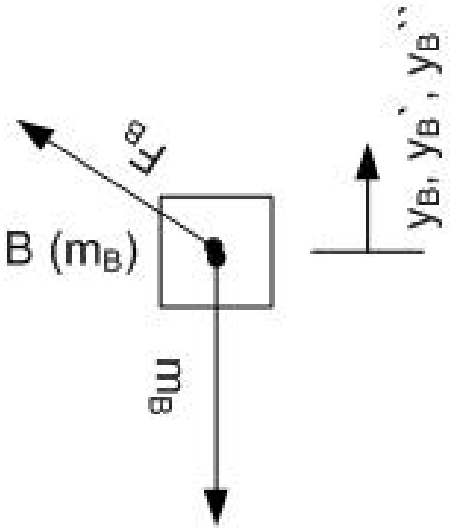
$$\frac{d}{dt}\varphi_{Mo}(\varphi) \rightarrow -\frac{116\cdot\pi\cdot mm\cdot\frac{d}{dt}\varphi(t)\cdot\sin(\varphi(t))}{mm}$$

$$\frac{d^2}{dt^2}\varphi_{Mo}(\varphi) \rightarrow -\frac{116\cdot\pi\cdot mm\cdot\sin(\varphi(t))\cdot\frac{d^2}{dt^2}\varphi(t)}{mm} - \frac{116\cdot\pi\cdot mm\cdot\left(\frac{d}{dt}\varphi(t)\right)^2\cdot\cos(\varphi(t))}{mm}$$

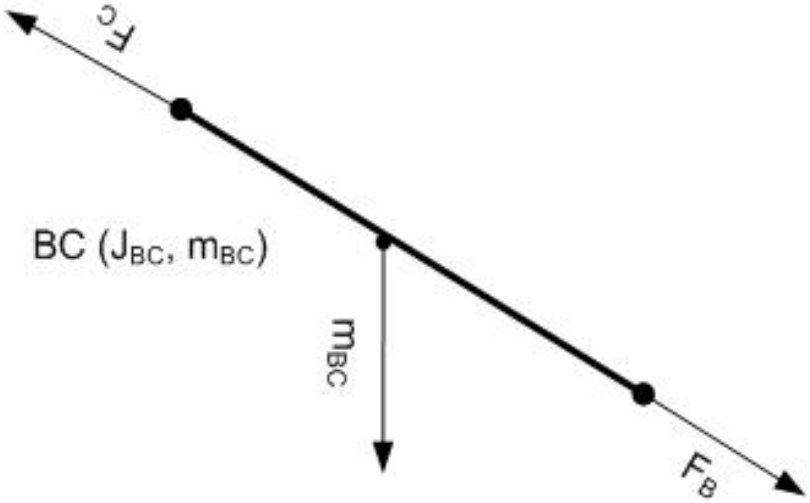
Skizzen der freigemachten Teilsysteme:



Teilsystem 3: horizontaler Führungswagen



Teilsystem 1: Spanneinheit



Teilsystem 2: Koppelstange BC

Teilsystem 4: rotierender Antrieb, Motor/Bremse/Spindel

$J_{ant} := J_{Mo} + J_{Br} + J_{Sp}$ Trägheitsmoment des gesamten rotierenden Antriebs (Motor, Spindel, Bremse)

$$J_{ant} = 1.6378 \times 10^{-3} \cdot kg \cdot m^2$$

Randbedingungen:

Vorgabe

$\varphi(0 \cdot s) = \varphi_0$ $\quad \frac{d}{dt}\varphi(0 \cdot s) = 0 \cdot \frac{rad}{s}$ $\quad \frac{d^2}{dt^2}\varphi(0 \cdot s) = 0 \cdot \frac{rad}{s^2}$

$x_{BC_S}(\varphi_0) = \frac{1}{2} \cdot BC0_1$ $\quad \frac{d}{dt} x_{BC_S}(\varphi_0) = 0 \cdot \frac{m}{s}$ $\quad \frac{d^2}{dt^2} x_{BC_S}(\varphi_0) = 0 \cdot \frac{m}{s^2}$

$y_{BC_S}(\varphi_0) = \frac{1}{2} \cdot BC0_2$ $\quad \frac{d}{dt} x_{BC_S}(\varphi_0) = 0 \cdot \frac{m}{s}$ $\quad \frac{d^2}{dt^2} x_{BC_S}(\varphi_0) = 0 \cdot \frac{m}{s^2}$

$y_B(\varphi_0) = BC0_2$ $\quad \frac{d}{dt} y_B(\varphi_0) = 0 \cdot \frac{m}{s}$ $\quad \frac{d^2}{dt^2} y_B(\varphi_0) = 0 \cdot \frac{m}{s^2}$

$x_C(\varphi_0) = BC0_1$ $\quad \frac{d}{dt} x_C(\varphi_0) = 0 \cdot \frac{m}{s}$ $\quad \frac{d^2}{dt^2} x_C(\varphi_0) = 0 \cdot \frac{m}{s^2}$

$\varphi_{Mo}(\varphi_0) = x_C(\varphi_0) \cdot \frac{2}{d_{0_Sp} \cdot \tan(\alpha_{Sp})}$ $\quad \frac{d}{dt} \varphi_{Mo}(\varphi_0) = 0 \cdot \frac{rad}{s}$ $\quad \frac{d^2}{dt^2} \varphi_{Mo}(\varphi_0) = 0 \cdot \frac{rad}{s^2}$

Bewegungsgleichungen (DGL):

Bewegungsgleichungen Teilsystem 4: Motor/Bremse/Spindel

$$J_{ant} \cdot \frac{d^2}{dt^2} \varphi_{Mo}(\varphi) = M_{Mo_max} - M_{Sp_R} - F_{Sp}(\varphi) \cdot \frac{d_{0_Sp}}{2 \cdot \tan(\alpha_{Sp})} \cdot \frac{1}{\eta_{Sp_ant}}$$

Bewegungsgleichungen Teilsystem 3: horizontaler Führungswagen

$$m_C \cdot \frac{d^2}{dt^2} x_C(\varphi) = F_{Sp}(\varphi) - F_{C_dyn}(\varphi) \cdot \cos(\varphi(t)) - F_{Rx}$$

Bewegungsgleichungen Teilsystem 2: Koppelstange BC

$J_{BC_MP}(\varphi) = J_{BC_Cz} + m_{BC} \cdot (BC \cdot \sin(\varphi(t)))^2$ Trägheitsmoment der Koppelstange BC um den Momentanpol (MP)

$$J_{BC_MP}(\varphi) \cdot \frac{d^2}{dt^2} \varphi(t) = F_{C_dyn}(\varphi) \cdot \cos(\varphi(t)) \cdot BC \cdot \sin(\varphi(t)) - F_{B_dyn}(\varphi) \cdot BC \cdot \cos(\varphi(t)) - m_{BC} \cdot g \cdot \frac{BC}{2} \cdot \cos(\varphi(t))$$

$$m_{BC} \cdot \frac{d^2}{dt^2} y_{BC_S}(\varphi) = F_{C_dyn}(\varphi) \cdot \sin(\varphi(t)) - F_{B_dyn}(\varphi) \cdot \sin(\varphi(t)) - m_{BC} \cdot g$$

$$m_{BC}\cdot\frac{d^2}{dt^2}x_{BC_S}(\varphi) = F_{C_dyn}(\varphi)\cdot\cos(\varphi(t)) - F_{B_dyn}(\varphi)\cdot\cos(\varphi(t))$$

Bewegungsgleichungen Teilsystem 1: Spanneinheit

$$m_B\cdot\frac{d^2}{dt^2}y_B(\varphi) = F_{B_dyn}(\varphi)\cdot\sin(\varphi(t)) - m_B\cdot g - F_{Ry}$$

$$\begin{pmatrix}\alpha_{BC}\\ \omega_{BC}\end{pmatrix} := \mathrm{Gdglösen}\left[\begin{pmatrix}\frac{d^2}{dt^2}\varphi\\ \frac{d}{dt}\varphi\end{pmatrix}, t, 2\cdot s\right] \rightarrow \mathrm{error0}(\text{"ODETooFewInit"})$$