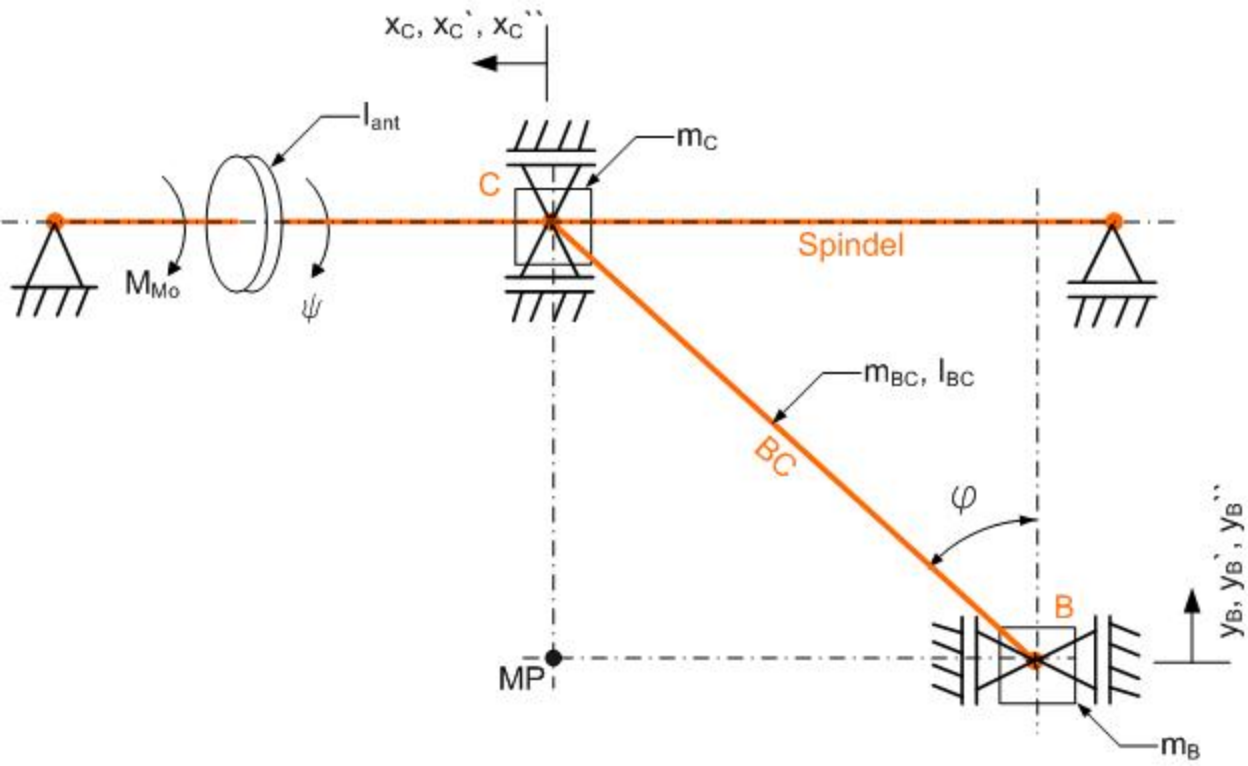
$x_C, x_C`, x_C``$
I_{ant}
m_C
C
Spindel
M_{Mo}
ψ
m_{BC}, I_{BC}
BC
φ
$y_B, y_B`, y_B``$
B
MP
m_B

Herleitung Lagrange'scher Bewegungsgleichungen

$y_B = BC \cdot \cos\varphi \quad ; \quad \dot{y}_B = -BC \cdot \dot{\varphi} \cdot \sin\varphi$

$x_C = BC \cdot \sin\varphi \quad ; \quad \dot{x}_C = BC \cdot \dot{\varphi} \cos\varphi$

$\varphi_{Mo} = \lambda_{sp} \cdot x_C = \lambda_{sp} \cdot BC \cdot \sin\varphi \quad ; \quad \dot{\varphi}_{Mo} = \lambda_{sp} \cdot BC \cdot \dot{\varphi} \cdot \cos\varphi$

$L = T - V$

$T = \frac{1}{2} m_{BC} \cdot \left(\dot{\varphi} \cdot \frac{BC}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} J_{BC\text{-}S} \cdot \dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2} m_B \cdot BC^2 \dot{\varphi}^2 \sin^2\varphi + \frac{1}{2} m_C \cdot BC^2 \dot{\varphi}^2 \cos^2\varphi + \frac{1}{2} J_{ant} \cdot \lambda_{sp}^2 \cdot BC^2 \cdot \dot{\varphi}^2 \cdot \cos^2\varphi$

$T = \frac{1}{2} \dot{\varphi}^2 \left(m_{BC} \cdot \frac{BC^2}{4} + m_B \cdot BC^2 \cdot \sin^2\varphi + m_C \cdot BC^2 \cdot \cos^2\varphi + J_{BC\text{-}S} + J_{ant} \cdot \lambda_{sp}^2 \cdot BC^2 \cdot \cos^2\varphi \right)$

$V = -m_B \cdot g \cdot y_P - m_{BC} \cdot g \cdot \frac{1}{2} y_P = -g \left(m_B + \frac{1}{2} m_{BC} \right) BC \cdot \cos\varphi$

$L = \frac{1}{2} \cdot \dot{\varphi}^2 \left(m_{BC} \cdot \frac{BC^2}{4} + m_B \cdot BC^2 \cdot \sin^2\varphi + m_C \cdot BC^2 \cdot \cos^2\varphi + J_{BC\text{-}S} + J_{ant} \cdot \lambda_{sp}^2 \cdot BC^2 \cdot \cos^2\varphi \right) + g \left(m_B + \frac{1}{2} m_{BC} \right) BC \cdot \cos\varphi$

Generalisierte Kraft (PdVA)

$\delta W = M \cdot \varphi'_{(\varphi)} \cdot \delta\varphi \Rightarrow \delta W = Q \cdot \delta\varphi \quad \rightarrow$ Koeffizientenvergleich $\Rightarrow Q_\varphi = M \cdot \varphi'_{(\varphi)} = M \cdot \lambda_{sp} \cdot BC \cdot \dot{\varphi} \cdot \cos\varphi$

Ableitungen: $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}}\right) - \frac{\partial L}{\partial \varphi} = Q_\varphi$

$\frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}} = \dot{\varphi} \left(m_{BC} \cdot \frac{BC^2}{4} + m_B \cdot BC^2 \cdot \sin^2\varphi + m_C \cdot BC^2 \cdot \cos^2\varphi + J_{BC\text{-}S} + J_{ant} \cdot \lambda_{sp}^2 \cdot BC^2 \cdot \cos^2\varphi \right)$

$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}}\right) = \ddot{\varphi} \left(m_{BC} \cdot \frac{BC^2}{4} + m_B \cdot BC^2 \cdot \sin^2\varphi + m_C \cdot BC^2 \cdot \cos^2\varphi + J_{BC\text{-}S} + J_{ant} \cdot \lambda_{sp}^2 \cdot BC^2 \cdot \cos^2\varphi \right) + \dot{\varphi}^2 \left(2 m_B \cdot BC^2 \sin\varphi \cos\varphi - 2 m_C \cdot BC^2 \cdot \sin\varphi \cdot \cos\varphi \right.$
$\left. - 2 J_{ant} \cdot \lambda_{sp}^2 \cdot BC^2 \cdot \sin\varphi \cos\varphi \right)$

$\frac{\partial L}{\partial \varphi} = \frac{1}{\cancel{2}} \dot{\varphi}^2 \left(\cancel{2} m_B \cdot BC^2 \sin\varphi \cdot \cos\varphi - \cancel{2} m_C \cdot BC^2 \cdot \sin\varphi \cos\varphi - \cancel{2} J_{ant} \cdot \lambda_{sp}^2 \cdot BC^2 \sin\varphi \cos\varphi \right) - g \left(m_B + \frac{1}{2} m_{BC} \right) \cdot BC \cdot \sin\varphi$

DGL:

$\ddot{\varphi} \left(m_{BC} \cdot \frac{BC^2}{4} + m_B \cdot BC^2 \cdot \sin^2\varphi + m_C \cdot BC^2 \cdot \cos^2\varphi + J_{BC\text{-}S} + J_{ant} \cdot \lambda_{sp}^2 \cdot BC^2 \cdot \cos^2\varphi \right) + \dot{\varphi}^2 \cdot BC^2 \cdot \sin\varphi \cos\varphi \left(m_B - m_C - J_{ant} \cdot \lambda_{sp}^2 \right)$
$+ g \left(m_B + \frac{1}{2} m_{BC} \right) \cdot BC \cdot \sin\varphi = M \cdot \lambda_{sp} \cdot BC \cdot \dot{\varphi} \cdot \cos\varphi$

Randbedingungen: $\varphi(0) = \varphi_0 \approx 1{,}98° \quad ; \quad \dot{\varphi}(0) = 0$