

## Inhaltsverzeichnis

<b>1. Modellbildung und Simulation</b> .....	3
<b>1.1 Kopf des Ansys-Dokuments</b> .....	3
<b>1.2 Parameter</b> .....	3
<b>1.3 Elementdefinition</b> .....	4
<b>1.4 Materialdefinition</b> .....	4
<b>1.5. Geometrie</b> .....	4
<b>1.6 Vernetzung</b> .....	5
<b>1.7 Singularität an der Risspitze</b> .....	5
<b>1.8 Einspannungen</b> .....	6
<b>1.9 Belastung</b> .....	6
<b>1.10 Lösen</b> .....	6
<b>2. Ergebnisse und Auswertung</b> .....	7
<b>2.1 y-Verschiebung</b> .....	8
<b>2.2 <math>C_{OD}</math>-Werte</b> .....	8
<b>2.3 Regressionskurven</b> .....	8
<b>3. Diskussion von verschiedenen Elementgrößen</b> .....	10

## Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1 Singularität (Knotennummerierung Bsp. $a/W = 0.7$ ) .....	3
Abbildung 2 Vernetzung (Darstellung aller Knoten, Einspannungen, Kräfte, Bsp. für $a/W = 0.7$ ) .....	7
Abbildung 3 Verformung (Bsp. für $a/W = 0.7$ ) .....	7
Abbildung 4 Regressionskurven und Punktekurven.....	10
Abbildung 5 Verformung, Elemente mit Kantenlänge $kl = 2\text{mm}$ (Bsp. für $a/W = 0.5$ , Material 1) .....	11
Abbildung 6 Verformung, Elemente mit Kantenlänge $kl = 5\text{mm}$ (Bsp. für $a/W = 0.5$ , Material 1) .....	11
Abbildung 7 Verformung, Elemente mit Kantenlänge $kl = 8\text{mm}$ (Bsp. für $a/W = 0.5$ , Material 1) .....	12

## Tabellenverzeichnis

Tabelle 1 $y$ -Verschiebungswerte aller $a/W$ -Verhältnisse und Materialien .....	8
Tabelle 2 COD-Werte aller $a/W$ -Verhältnisse und Materialien.....	8
Tabelle 3 $y$ -Verschiebungswerte mit div. Kantenlängen (Bsp. für $a/W = 0.5$ , Material 1).....	12

## 1. Modellbildung und Simulation

Im folgenden Kapitel wird die symmetrische Hälfte der Rissprobe modelliert und simuliert.

### 1.1 Kopf des Ansys-Dokuments

```
fini
/clear
/prep7
```

### 1.2 Parameter

a/W-Werte (0.25, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7)

```
aW=0.7           ! a/W Wert
```

Zu verschiebende Mittelpunkte (zwecks Singularität)

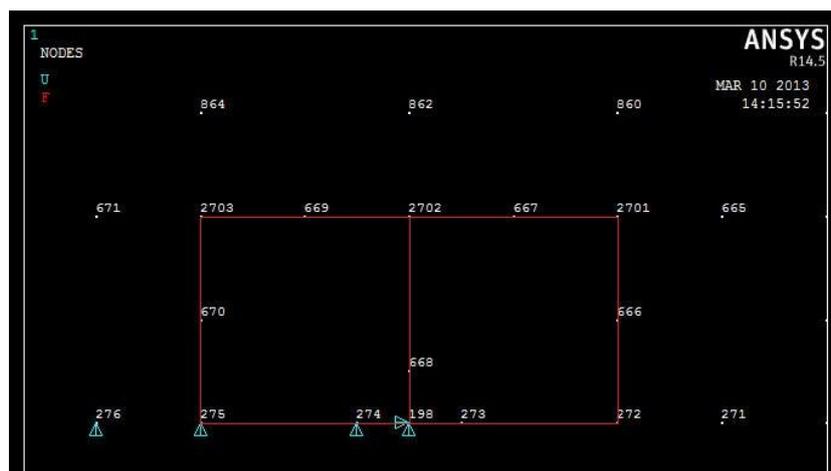


Abbildung 1 Singularität (Knotennummerierung Bsp. a/W = 0.7)

```
nl=274           ! Mittelpunkt links unten
nr=273           ! Mittelpunkt rechts unten
nm=668           ! Mittelpunkt mitte
```

Restliche Parameter

```
pi=3.141592654
l=250            ! Länge Platte (x-Länge)
b=120            ! Breite Platte (y-Länge)
W=200           ! Position Bohrung in X-Richtung
h=55            ! Position Bohrung in Y-Richtung
d=50            ! Durchmesser Bohrung
delta=100       ! Dicke der Probe
```

```
kl=5           ! Kantenlänge eines Elements
r=l-W+(W*aW)  ! Risslänge
```

### 1.3 Elementdefinition

Verwendet werden „Scheibenelemente“ (Plane 82) mit 4 Eckpunkten bzw. 4 Kanten sowie 4 Mittelpunkten (also insgesamt 8 Punkte). Die Dicke der Scheibe muss zusätzlich angegeben werden.

```
ET,1,82,0,0,3
R,1,delta
```

### 1.4 Materialdefinition

Von der Aufgabenstellung sind 4 Materialien vorgegeben, welche für jedes a/W-Verhältnis betrachtet werden sollen. Das erste Material (nachfolgend wird von M1 bis M4 durchnummeriert) ist isotrop, die restlichen Materialien sind orthotrop.

```
mp,ex,1,31200000 ! E-Modul in x-Richtung (in kg/(s2*mm))
mp,ey,1,31200000 ! E-Modul in y-Richtung (in kg/(s2*mm))
mp,ez,1,31200000 ! E-Modul in z-Richtung (in kg/(s2*mm))
mp,nuxy,1,0.3    ! Querkontraktionszahl in x-y-Richtung
mp,gxy,1,12000000 ! Schubmodul in x-y-Richtung

!mp,ex,1,40950000 ! E-Modul in x-Richtung (in kg/(s2*mm))
!mp,ey,1,13000000 ! E-Modul in y-Richtung (in kg/(s2*mm))
!mp,ez,1,40950000 ! E-Modul in z-Richtung (in kg/(s2*mm))
!mp,nuxy,1,0.3    ! Querkontraktionszahl in x-y-Richtung
!mp,gxy,1,5900000 ! Schubmodul in x-y-Richtung

!mp,ex,1,46100000 ! E-Modul in x-Richtung (in kg/(s2*mm))
!mp,ey,1,18800000 ! E-Modul in y-Richtung (in kg/(s2*mm))
!mp,ez,1,46100000 ! E-Modul in z-Richtung (in kg/(s2*mm))
!mp,nuxy,1,0.3    ! Querkontraktionszahl in x-y-Richtung
!mp,gxy,1,9350000 ! Schubmodul in x-y-Richtung

!mp,ex,1,51300000 ! E-Modul in x-Richtung (in kg/(s2*mm))
!mp,ey,1,24500000 ! E-Modul in y-Richtung (in kg/(s2*mm))
!mp,ez,1,51300000 ! E-Modul in z-Richtung (in kg/(s2*mm))
!mp,nuxy,1,0.3    ! Querkontraktionszahl in x-y-Richtung
!mp,gxy,1,8800000 ! Schubmodul in x-y-Richtung
```

### 1.5. Geometrie

Zunächst werden alle benötigten Punkte (Keypoints) gesetzt. Dies sind die 4 Eckpunkte, 2 Punkte auf dem Umfang der Bohrung sowie die Risspitze (zur leichteren Identifikation im späteren Knotenbild).

```
k, 1, 0, 0  
k, 2, 0, b  
k, 3, 1, b  
k, 4, 1, 0  
k, 5, 1-r, 0  
k, 6, W- (d/2), h  
k, 7, W+ (d/2), h
```

Im Anschluss werden die Punkte mit Linien verbunden. Die Kreisbögen ( $2 \times 180^\circ$ ) werden mit `larc` definiert.

```
l, 1, 2  
l, 2, 3  
l, 3, 4  
l, 4, 5  
l, 5, 1  
larc, 6, 7, 2, (d/2)  
larc, 6, 7, 4, (d/2)
```

Danach wird zunächst die Rechteckfläche der Probe, dann die Kreisfläche der Bohrung erstellt. Im Anschluss werden beide Flächen subtrahiert.

```
AL, 1, 2, 3, 4, 5  
AL, 6, 7  
ASBA, 1, 2
```

### 1.6 Vernetzung

Die aus der Subtraktion resultierende Fläche (Fläche 3) wird automatisch vernetzt. Die Elementgröße wird dabei mit der vorgegebenen Kantenlänge `k1` definiert.

```
AESIZE, 3, k1  
AMESH, 3
```

### 1.7 Singularität an der Risspitze

Um die entstehende Singularität an der Risspitze nachzubilden, werden die Kantenmittelpunkte um die Risspitze zur Risspitze hin verschoben. Dabei muss das Verhältnis  $\frac{1}{4}$  zu  $\frac{3}{4}$  eingehalten werden. Abbildung 1 zeigt die Verschiebung.

Im ersten Schritt müssen die zu verschiebenden Mittelpunkte selektiert werden.

```
NSEL, S, NODE, , nr, nl, 1  
NSEL, A, NODE, , nm, nm, 1
```

Im nächsten Schritt wird die geometrische Verknüpfung dieser Mittelpunkte mit dem Netz aufgehoben. Dies ist Voraussetzung zum Verschieben.

```
Modmsh, nocheck
```

Im letzten Schritt werden die 3 Mittelpunkte jeweils um  $\frac{1}{4}$  der Kantenlänge  $k_1$  in Richtung Riss Spitze verschoben. Danach wird die Selektion aufgehoben.

```
n, n1, nx(n1) + (k1/4), ny(n1), nz(n1)
n, nr, nx(nr) - (k1/4), ny(nr), nz(nr)
n, nm, nx(nm), ny(nm) - (k1/4), nz(nm)
NSEL, ALL
```

### 1.8 Einspannungen

Die Riss Spitze wird fest eingespannt, um zumindest einen Knoten des Netzes in x-Richtung zu sperren. Durch die Symmetrie der Probe und somit der Belastung werden alle restlichen Knoten entlang der Symmetrielinie bis zur linken unteren Ecke der Probe in y-Richtung gesperrt.

```
D, 198, ALL
D, n1, UY, 0, , 296, 1
D, 1, UY, 0
```

### 1.9 Belastung

Auf den oberen Punkt des Kreisumfangs der Bohrung wirkt eine Kraft in y-Richtung (nach oben). Diese wurde mit 1000N festgelegt.

```
F, 345, FY, 1000
```

### 1.10 Lösen

Mit den folgenden Befehlen wird das Modell (siehe Abbildung) gelöst und der Postprozessor gestartet.

```
/solu
solve
/post1
pldisp, 1
```

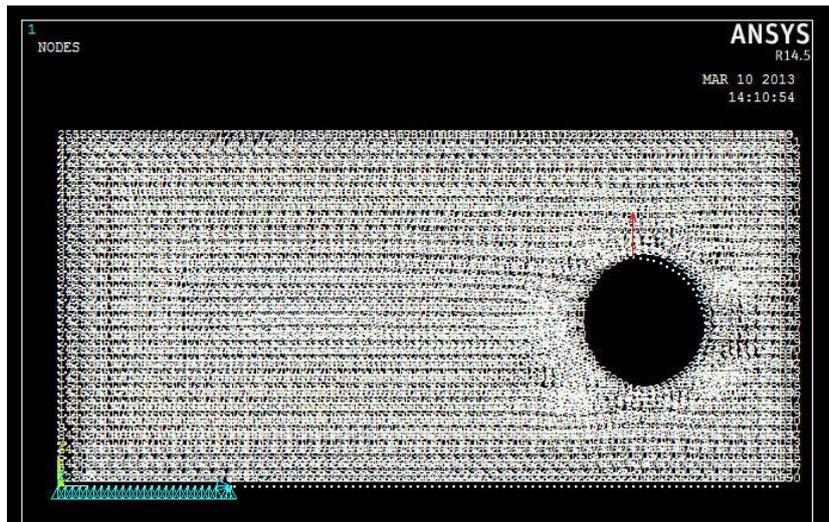


Abbildung 2 Vernetzung (Darstellung aller Knoten, Einspannungen, Kräfte, Bsp. für  $a/W = 0.7$ )

Es wird die verformte Probe dargestellt (siehe folgende Abbildungen).

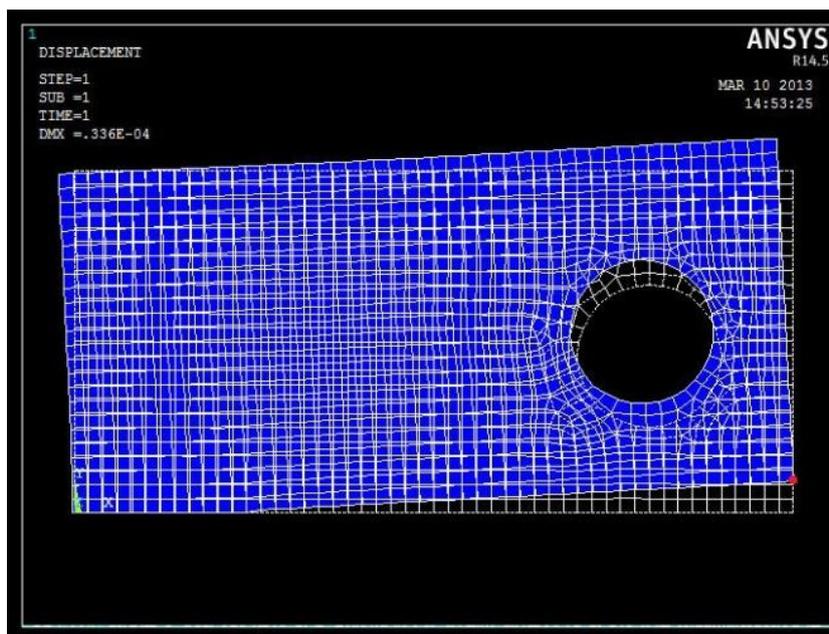


Abbildung 3 Verformung (Bsp. für  $a/W = 0.7$ )

## 2. Ergebnisse und Auswertung

Für alle Materialien und  $a/W$ -Verhältnisse wird die  $y$ -Verschiebung des unteren, rechten Eckpunkts der Probe abgelesen. Im Anschluss werden die  $C_{OD}$ -Werte berechnet. Mit Maple werden schließlich die Regressionskurven mit Hilfe des Kleinste-Quadrate-Verfahrens bestimmt und dargestellt.

## 2.1 y-Verschiebung

Tabelle 1 y-Verschiebungswerte aller a/W-Verhältnisse und Materialien

a/W	M1	M2	M3	M4
0,25	3,3396E-06	5,2985E-06	3,7739E-06	3,4387E-06
0,3	3,9784E-06	6,3293E-06	4,4950E-06	4,1079E-06
0,4	5,7843E-06	9,3381E-06	6,5997E-06	6,0304E-06
0,5	8,7587E-06	1,4580E-05	1,0264E-05	9,2972E-06
0,6	1,4244E-05	2,4764E-05	1,7372E-05	1,5517E-05
0,7	2,6474E-05	4,8223E-05	3,3727E-05	2,9683E-05

## 2.2 C<sub>OD</sub>-Werte

Die COD-Werte berechnen sich mit folgender Formel

$$C_{OD} = \Delta y * E_y * \delta,$$

wobei  $\Delta y$  die y-Verschiebung,  $E_y$  der E-Modul in y-Richtung sowie  $\delta$  die (Scheiben-)Dicke der Probe ist.

Tabelle 2 COD-Werte aller a/W-Verhältnisse und Materialien

a/W	M1	M2	M3	M4
0,25	10419,552	6888,05	7094,932	8424,815
0,3	12412,608	8228,09	8450,6	10064,355
0,4	18047,016	12139,53	12407,436	14774,48
0,5	27327,144	18954	19296,32	22778,14
0,6	44441,28	32193,2	32659,36	38016,65
0,7	82598,88	62689,9	63406,76	72723,35
Delta (mm)	100	100	100	100
EY (kg/(s <sup>2</sup> *mm))	31200000	13000000	18800000	24500000

## 2.3 Regressionskurven

Kopf des Maple-Dokuments

```
>restart;  
>with(Statistics):with(CurveFitting):with(plots):
```

Eingabe aller Daten

```
>aW_Werte:=[0.25,0.3,0.4,0.5,0.6,0.7]:  
COD_M1:=[10419.552,12412.608,18047.016,27327.144,44441.28,82598.88]:  
COD_M2:=[6888.05,8228.09,12139.53,18954,32193.2,62689.9]:  
COD_M3:=[7094.932,8450.6,12407.436,19296.32,32659.36,63406.76]:
```

```
COD_M4:=[8424.815,10064.355,14774.48,22778.14,38016.65,72723.35]:
```

### Erstellen der Punkte-Kurven

```
>Punkte_M1:=ScatterPlot(aW_Werte,COD_M1,color=blue,  
symbol=box,labels=["a/W","COD"]):  
Punkte_M2:=ScatterPlot(aW_Werte,COD_M2,color=red,  
symbol=cross,labels=["a/W","COD"]):  
Punkte_M3:=ScatterPlot(aW_Werte,COD_M3,color=green,  
symbol=circle,labels=["a/W","COD"]):  
Punkte_M4:=ScatterPlot(aW_Werte,COD_M4,color="DarkOrchid",  
symbol=cross,labels=["a/W","COD"]):
```

### Erstellen der Regressionskurvenfunktionen mit Hilfe des Kleinste-Quadrate-Verfahrens

```
>y_M1:=LeastSquares(aW_Werte,COD_M1,aW,curve=a*aW^2+b*aW+c):  
y_M2:=LeastSquares(aW_Werte,COD_M2,aW,curve=a*aW^2+b*aW+c):  
y_M3:=LeastSquares(aW_Werte,COD_M3,aW,curve=a*aW^2+b*aW+c):  
y_M4:=LeastSquares(aW_Werte,COD_M4,aW,curve=a*aW^2+b*aW+c):  
y_M1;  
y_M2;  
y_M3;  
y_M4;
```

$$54424.6024797937 - 2.80201763831470 * 10^5 * \frac{a}{W} + 4.52569002235598 * 10^5 * \left(\frac{a}{W}\right)^2$$
$$44559.4190928633 - 2.35528085838349 * 10^5 * \frac{a}{W} + 3.69159993981083 * 10^5 * \left(\frac{a}{W}\right)^2$$
$$45018.8007962167 - 2.37213799576956 * 10^5 * \frac{a}{W} + 3.72064107652623 * 10^5 * \left(\frac{a}{W}\right)^2$$
$$50202.4517841788 - 2.62922880412726 * 10^5 * \frac{a}{W} + 4.16711504729149 * 10^5 * \left(\frac{a}{W}\right)^2$$

### Erstellen der Regressionskurven (gerundet)

```
>regr_M1(aW):=evalf(y_M1,3);  
regcurve_M1:=plot(regr_M1(aW),aW=0.25..0.7,color=blue):  
regr_M2(aW):=evalf(y_M2,3);  
regcurve_M2:=plot(regr_M2(aW),aW=0.25..0.7,color=red):  
regr_M3(aW):=evalf(y_M3,3);  
regcurve_M3:=plot(regr_M3(aW),aW=0.25..0.7,color=green):  
regr_M4(aW):=evalf(y_M4,3);  
regcurve_M4:=plot(regr_M4(aW),aW=0.25..0.7,color="DarkOrchid"):
```

## Anzeigen der Kurve

```
>display([Punkte_M1,Punkte_M2,Punkte_M3,Punkte_M4,  
regcurve_M1,regcurve_M2,regcurve_M3,regcurve_M4]);
```

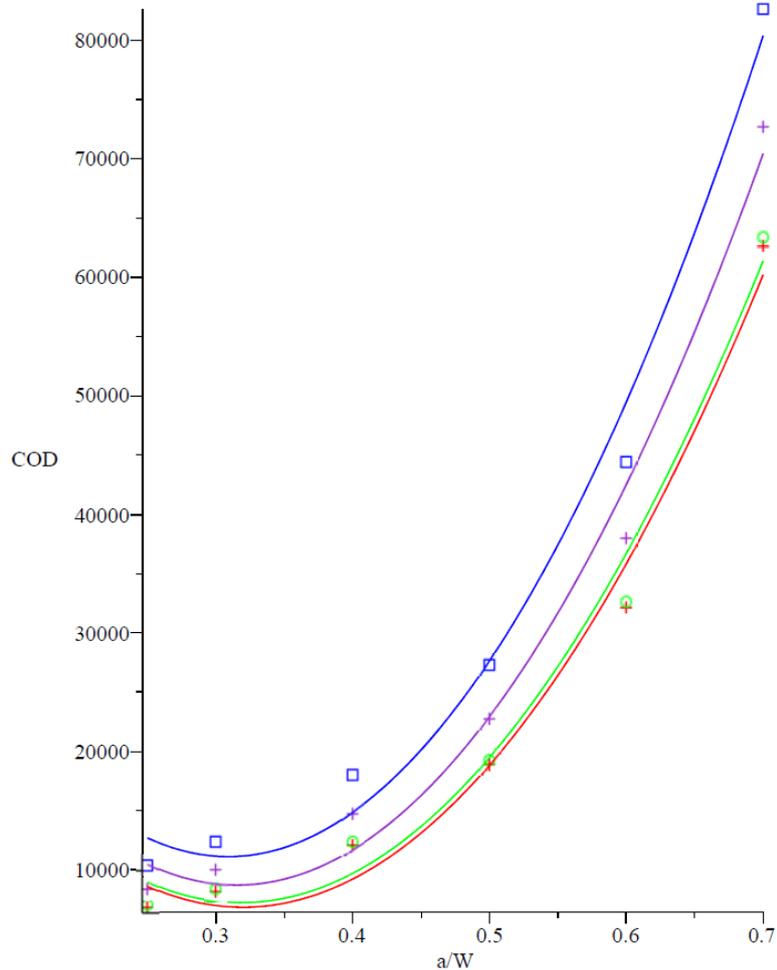


Abbildung 4 Regressionskurven und Punktekurven

Die blaue Kurve (Kästchen) ist die Kurve für Material 1. Die rote Kurve (Kreuz) ist die Kurve für Material 2. Die grüne Kurve (Kreis) ist die Kurve für Material 3. Die violette Kurve (Kreuz) ist die Kurve für Material 4.

### 3. Diskussion von verschiedenen Elementgrößen

Im folgenden Kapitel wird die Abhängigkeit des Ergebnisses von der Elementgröße diskutiert. Dabei soll der Zustand  $a/W = 0.5$  betrachtet werden. Als Material wird Material 1 (M1) gewählt.

Die Elementgröße ist umgekehrt proportional zur Kantenlänge  $k_1$ . Als Kantenlängen werden 2mm, 5mm und 8mm gewählt.

Die folgenden Abbildungen zeigen die Verformungen der Netze mit den unterschiedlichen Elementgrößen.

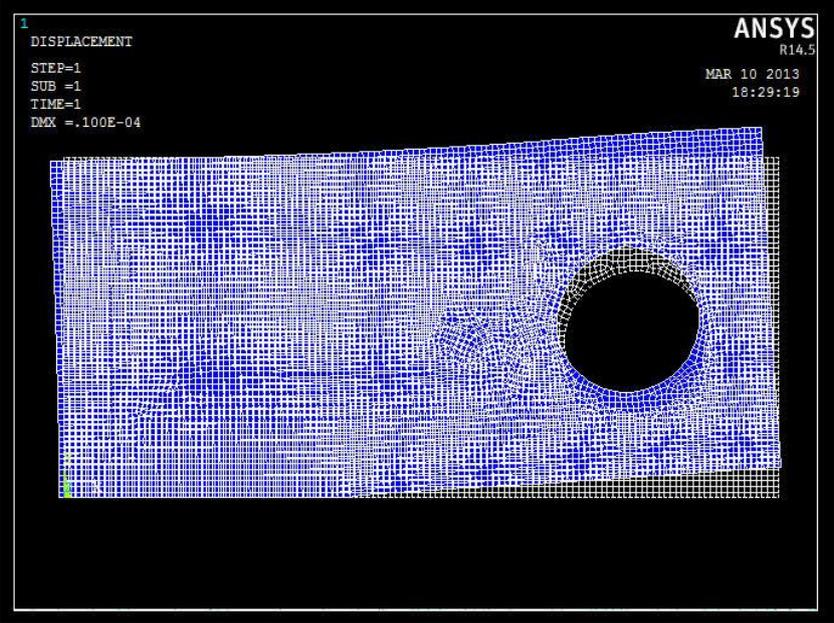


Abbildung 5 Verformung, Elemente mit Kantenlänge  $kl = 2\text{mm}$  (Bsp. für  $a/W = 0.5$ , Material 1)

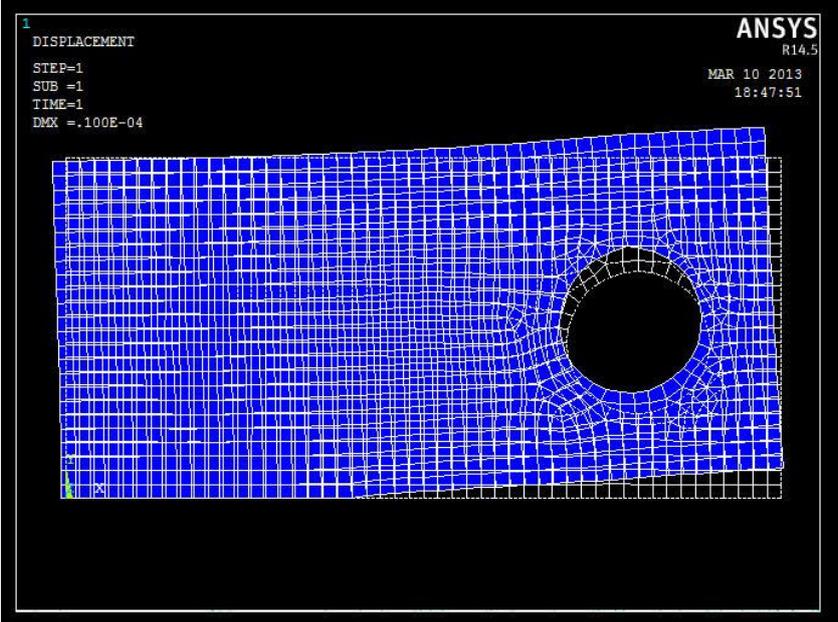


Abbildung 6 Verformung, Elemente mit Kantenlänge  $kl = 5\text{mm}$  (Bsp. für  $a/W = 0.5$ , Material 1)

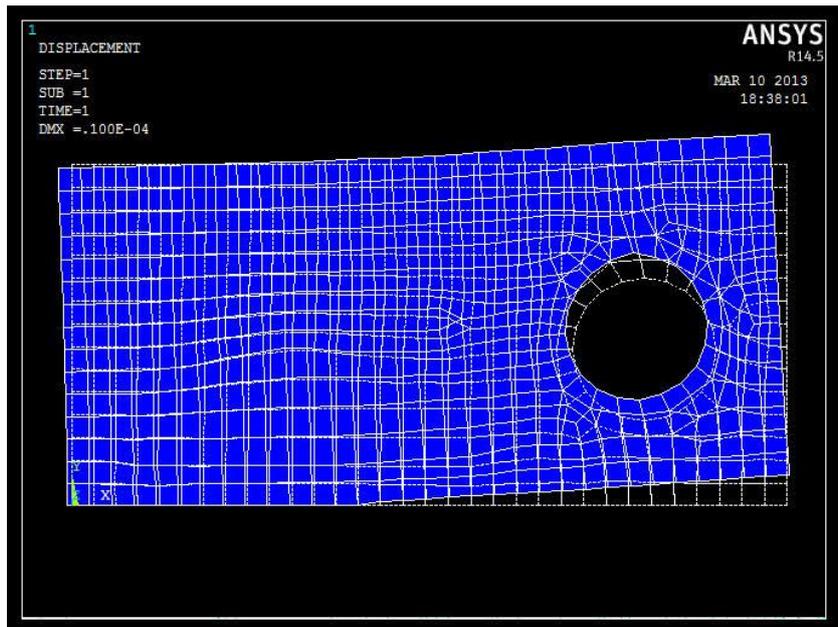


Abbildung 7 Verformung, Elemente mit Kantenlänge  $kl = 8\text{mm}$  (Bsp. für  $a/W = 0.5$ , Material 1)

Die Ergebnisse in Form der y-Verschiebungen des unteren, rechten Eckpunkts werden in folgender Tabelle dargestellt.

Tabelle 3 y-Verschiebungswerte mit div. Kantenlängen (Bsp. für  $a/W = 0.5$ , Material 1)

Kantenlänge (mm)	M1
2	8,7588E-06
5	8,7587E-06
8	8,7617E-06

Da der reale Wert nicht bekannt ist, können die angenäherten Werte nicht diskutiert werden. Es gilt allerdings, dass mit kleinerer Elementgröße die Anzahl an Elementen im selben Modell größer wird. Je größer die Anzahl an Elementen, also je feiner die Elemente, desto genauer ist das Ergebnis. Somit ergibt sich: je kleiner die Kantenlänge, desto genauer das angenäherte Ergebnis.