

Ich möchte mit diesem Dokument die Konstruktion eines Zahnrades mit Evolventenverzahnung erläutern.

Ich erhebe keinen Anspruch darauf, dass dies der beste oder einfachste Weg ist. Ebenso möchte ich anmerken, dass die von mir beschriebene Konstruktion so erfolgt, wie ICH es beim Literaturstudium verstanden habe.

Sollten gravierende Fehler enthalten sein, möge man mich bitte informieren.  
Ich werde dann die nötigen Änderungen vornehmen.

## Zusammenfassung:

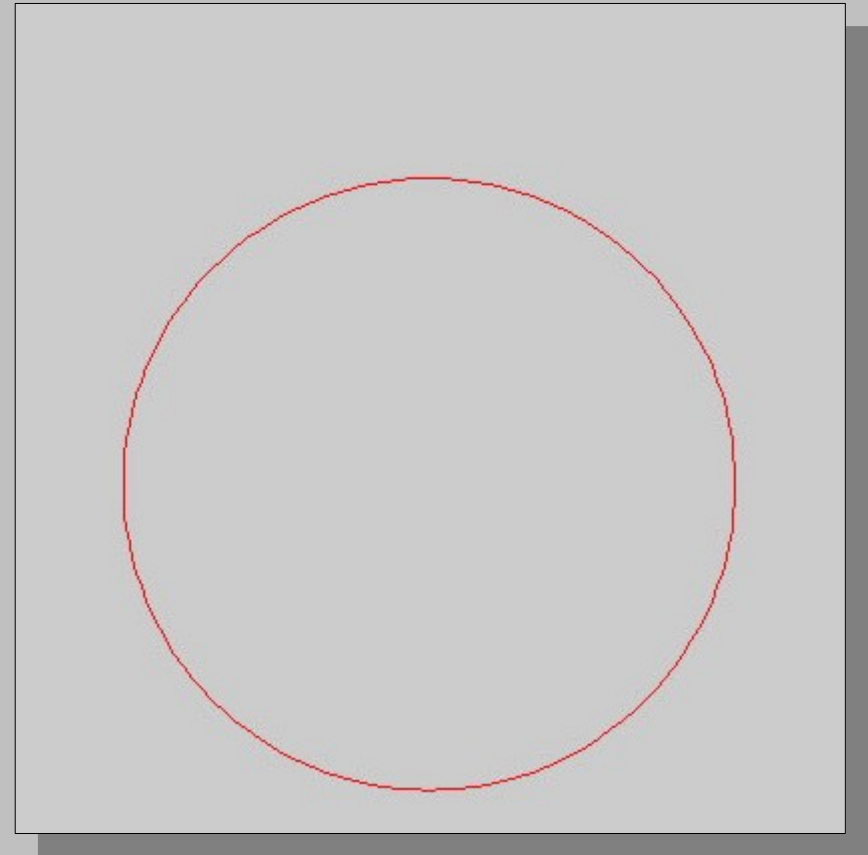
Modul m	= vorgegeben
Zahnzahl z	= vorgegeben
Teilkreisdurchmesser tkd	$= m \cdot z$
Fußkreisdurchmesser fkd	$= m \cdot (z - 2,5)$
Kopfkreisdurchmesser kkd	$= m \cdot (z + 2)$
Grundkreisdurchmesser gkd	$= m \cdot \cos(20^\circ)$
Achsabstand a	$= m \cdot (z_1 + z_2) / 2$

Für die Konstruktion habe ich eine CAD-Software benutzt, und ich bin von den folgenden Angaben ausgegangen:

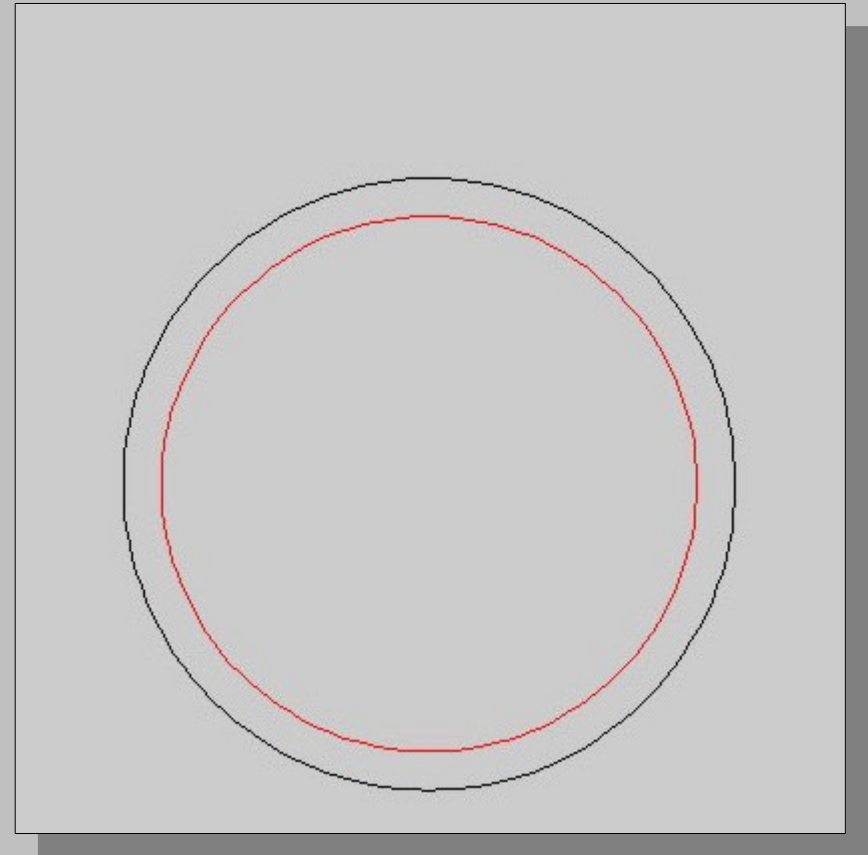
$m = 5$ ,  $z = 20$ , Eingriffswinkel  $= 20^\circ$

Beginnen wir mit der Konstruktion.  
Die jeweils neuen Schritte sind in den Bildern  
rot markiert.

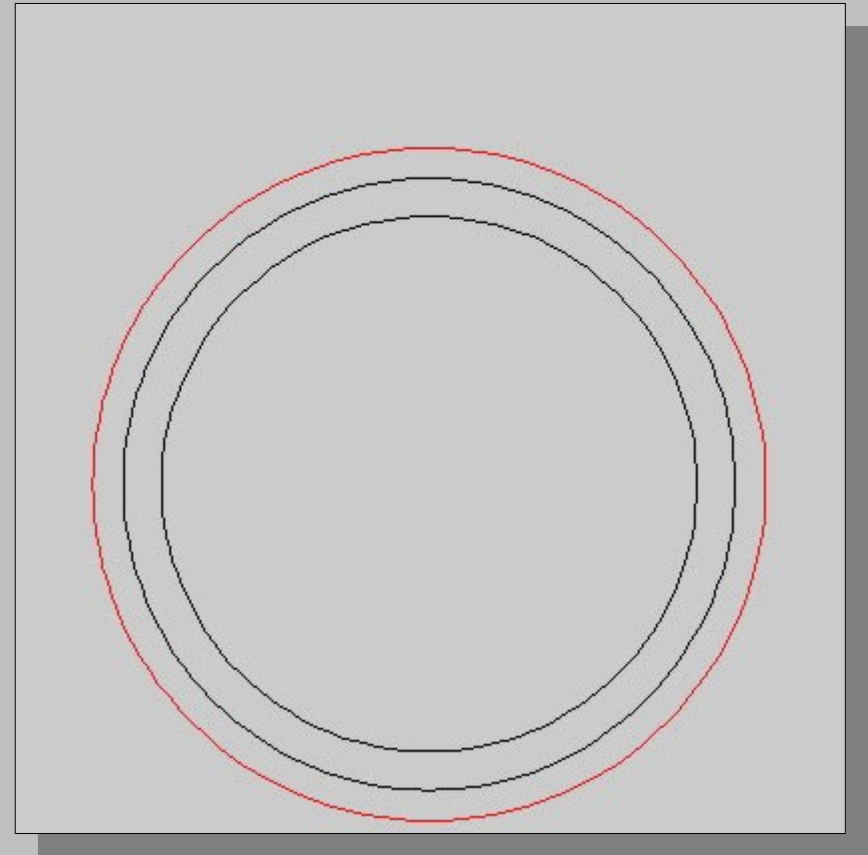
01) Zeichnen des Teilkreises.



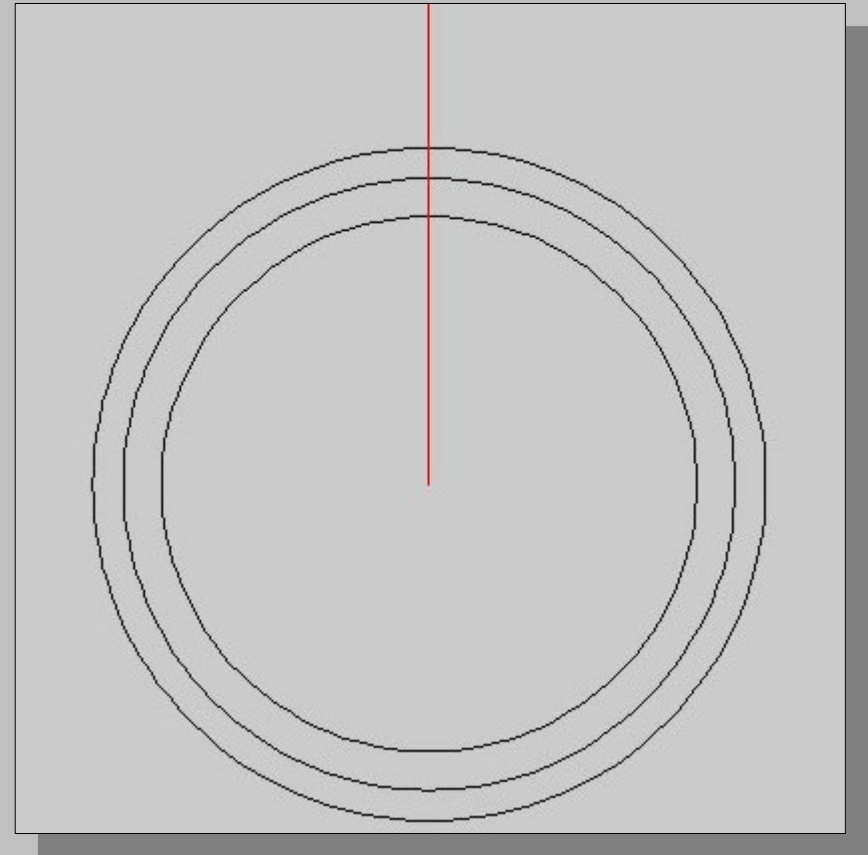
02) Zeichnen des Fußkreises.



03) Zeichnen des Kopfkreises.



04) Zeichnen einer Senkrechten durch den Mittelpunkt aller drei Kreise.



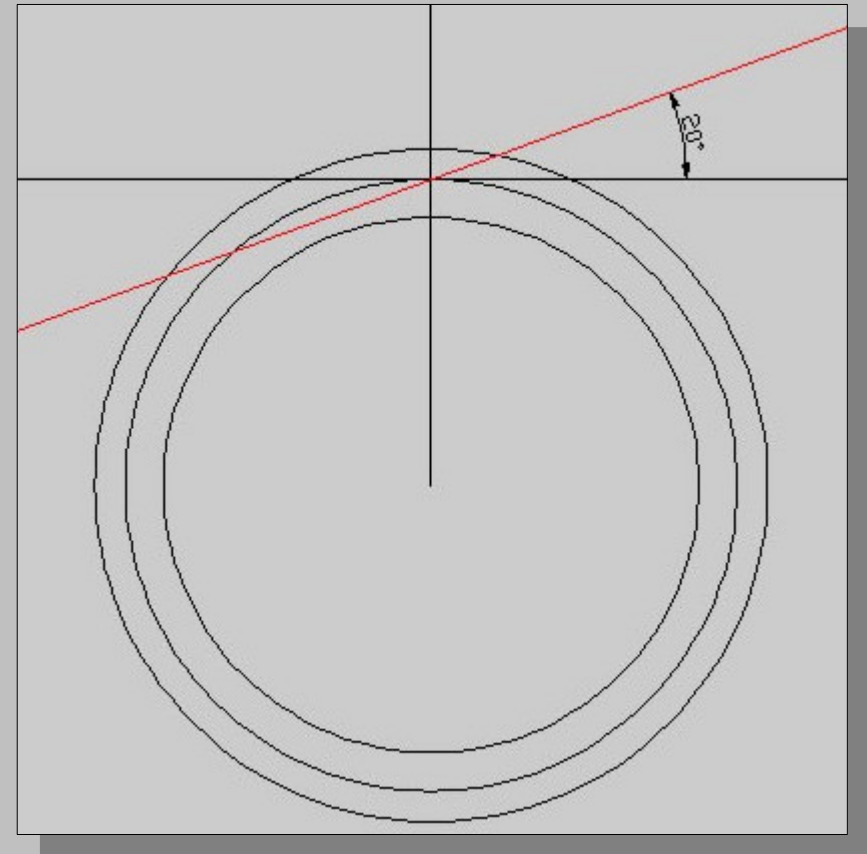
05) Zeichnen der „Eingriffslinie“.

Diese ist um  $20^\circ$  gegenüber einer Horizontalen an den Teilkreis gedreht. Also Schnittpunkt der Senkrechten mit dem Teilkreis finden, Horizontale zeichnen und diese um  $20^\circ$  drehen.

-----

In mathematisch positivem Sinn drehen, d.h. entgegen dem Uhrzeigersinn!

-----

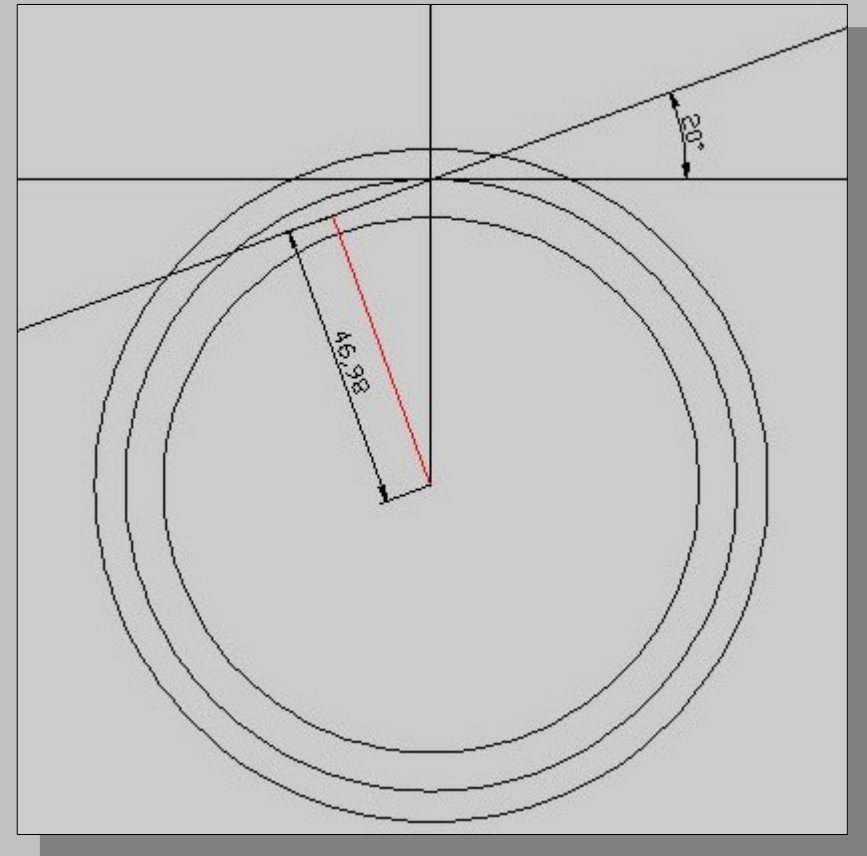


06) Eine Senkrechte zur Eingriffslinie konstruieren, die durch den Mittelpunkt der drei Kreise verläuft. Diese Linie wird der Radius des Grundkreises sein.

Der Radius des Grundkreises berechnet sich, wie anfangs erwähnt mit:

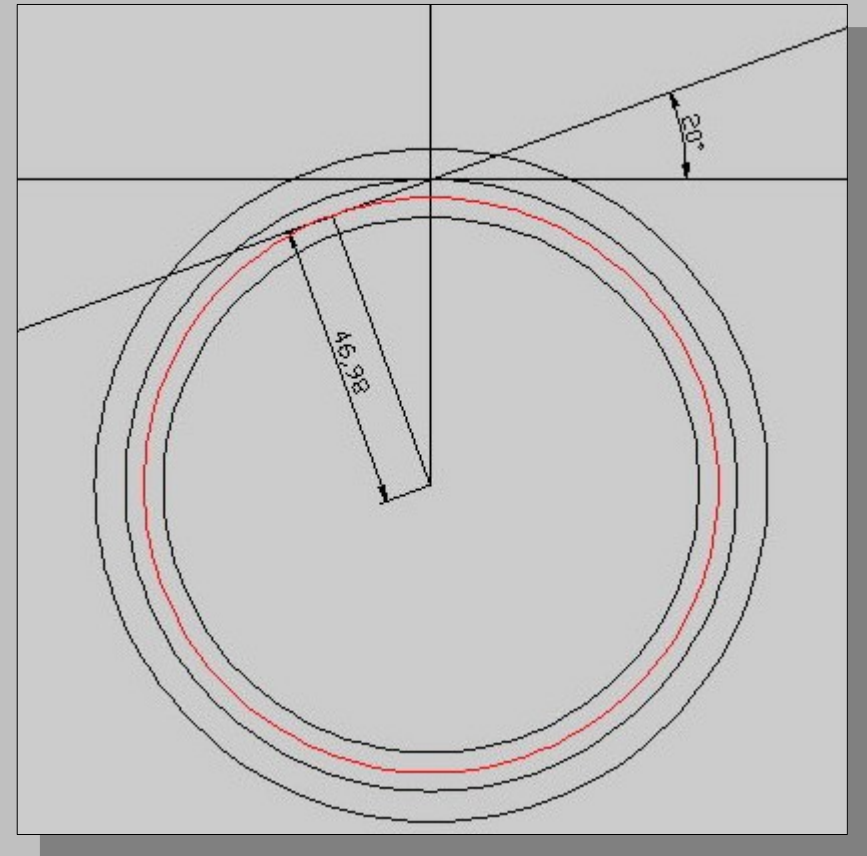
$$gkd = tkd \cdot \cos(20^\circ) / 2 = 100 \cdot \cos(20^\circ) / 2 = 46,98..$$

Man kann den Durchmesser des Grundkreises auch ausrechnen und dann einzeichnen, aber eine Konstruktion ist hier wesentlich genauer.

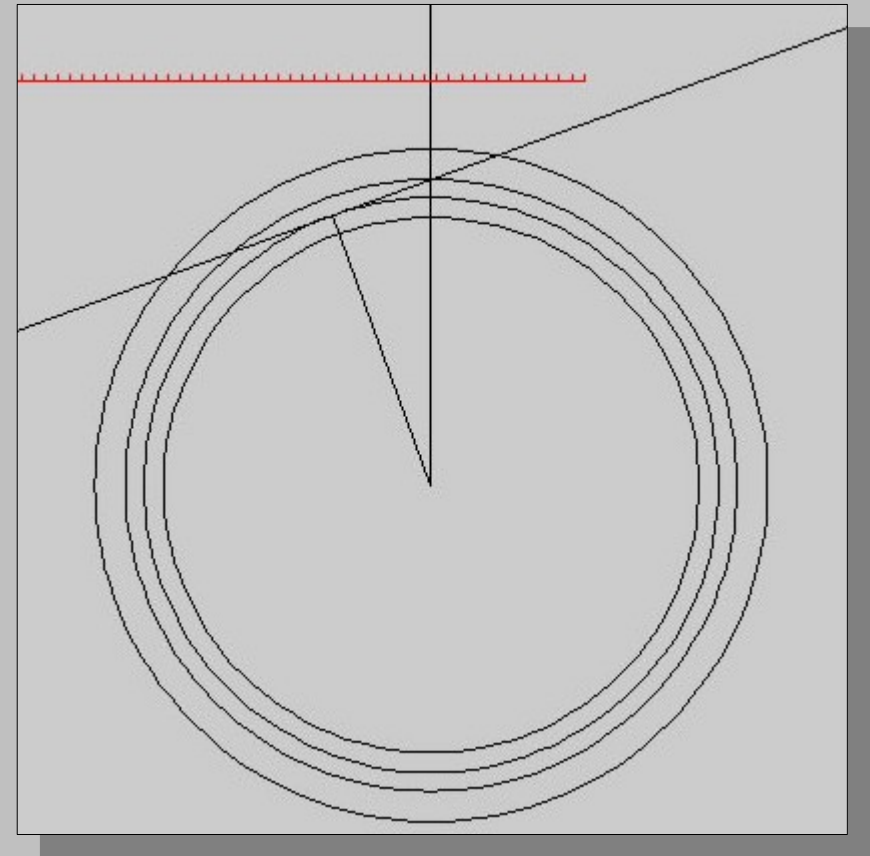




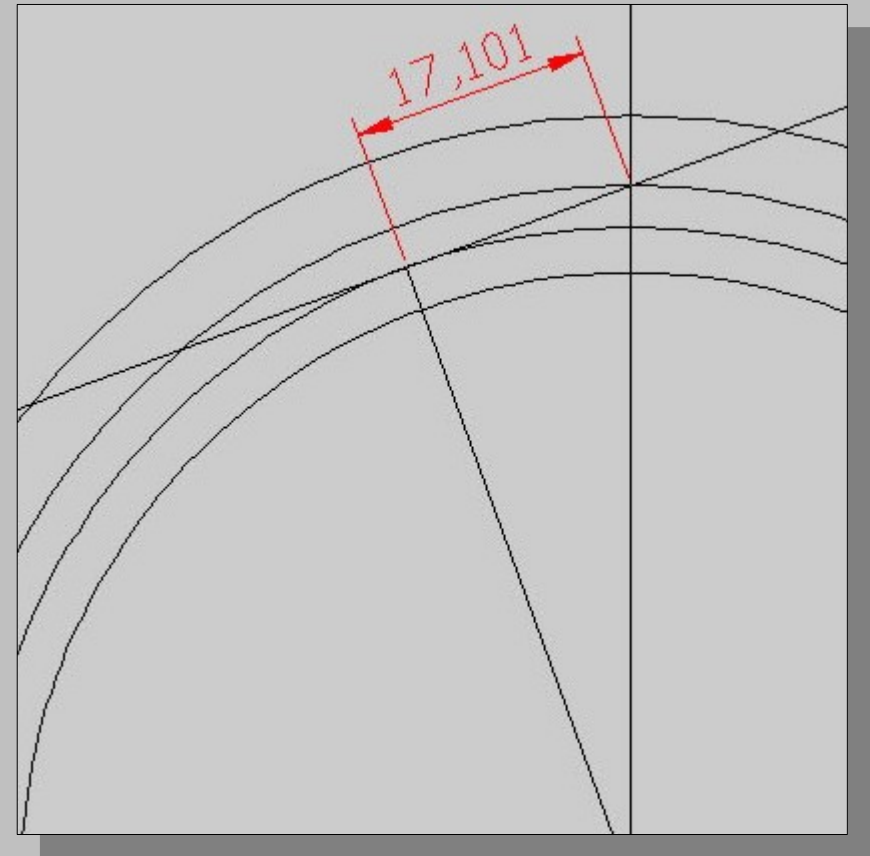
07) Den Grundkreis mit dem soeben ermittelten Radius zeichnen.



08) Nun muss die Eingriffslinie vom Schnittpunkt mit dem Grundkreis aus in beide Richtungen im selben Maße geteilt werden. Ich habe das auf dem Bild nur symbolisch gemacht. Bei den späteren Schritten wird man sehen, was gemeint ist...



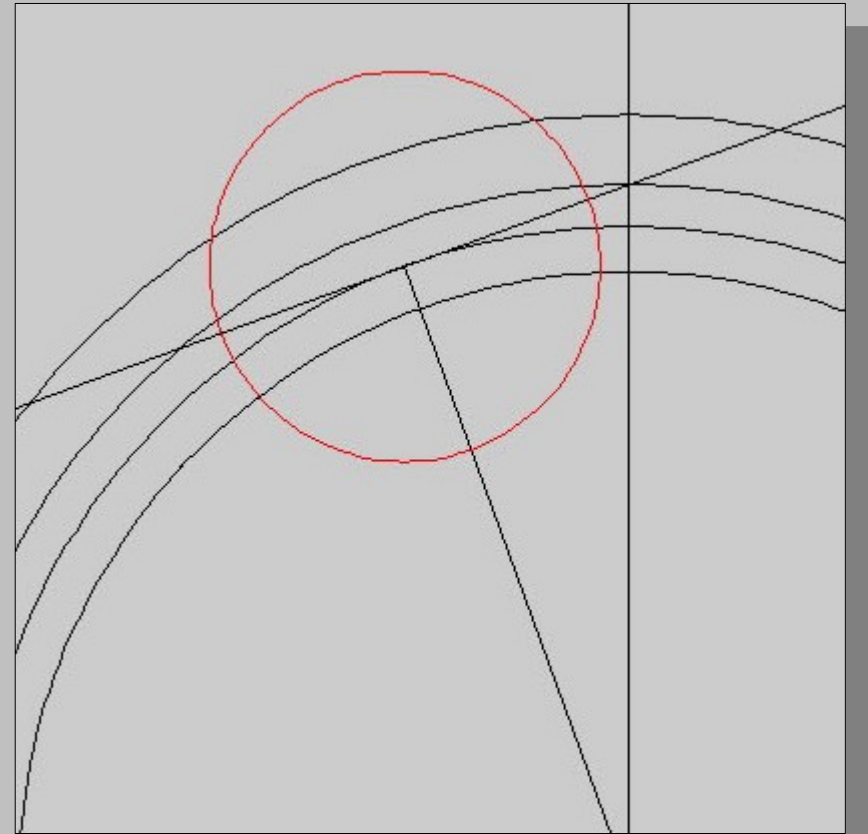
09) Dieser Abstand ist wichtig ... also merken!



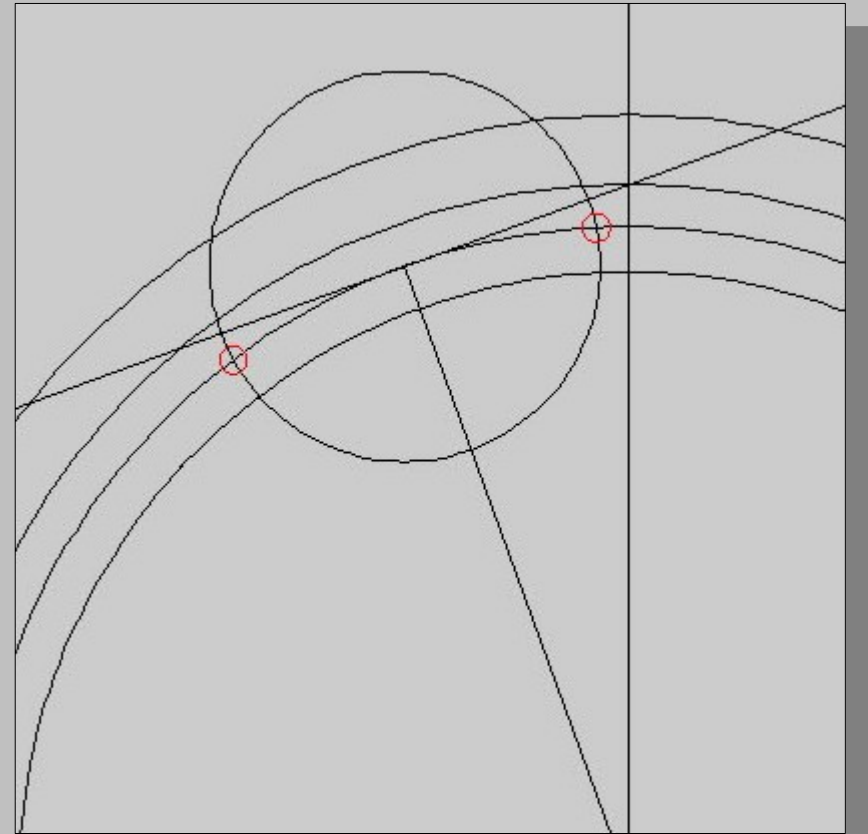
10) Einen Kreis um den Schnittpunkt der Eingriffslinie mit dem Grundkreis zeichnen. Schon hieran erkennt man, dass die Eingriffslinie in beide Richtungen in gleichem Maße geteilt wurde ...

Ich habe hierbei einen Radius von 14 gewählt. Bei den nächsten Schritten werden die Radien gleichmäßig kleiner, also von 14 auf 12, danach auf 10, auf 8 usw. ...

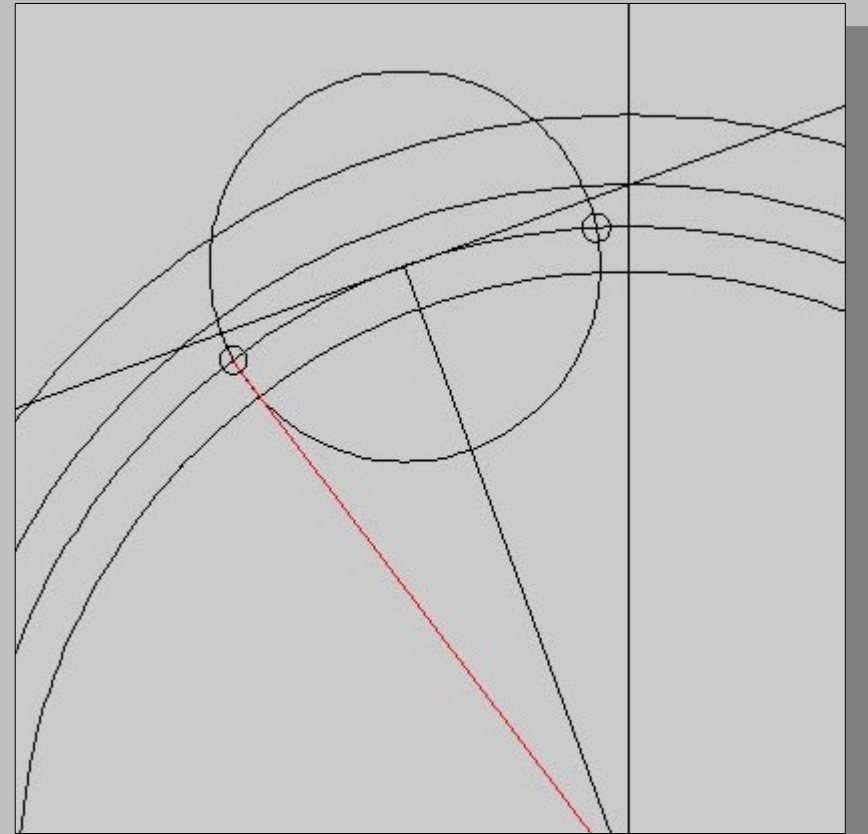
Damit wird die Eingriffslinie in beide Richtungen in gleicher Weise unterteilt.



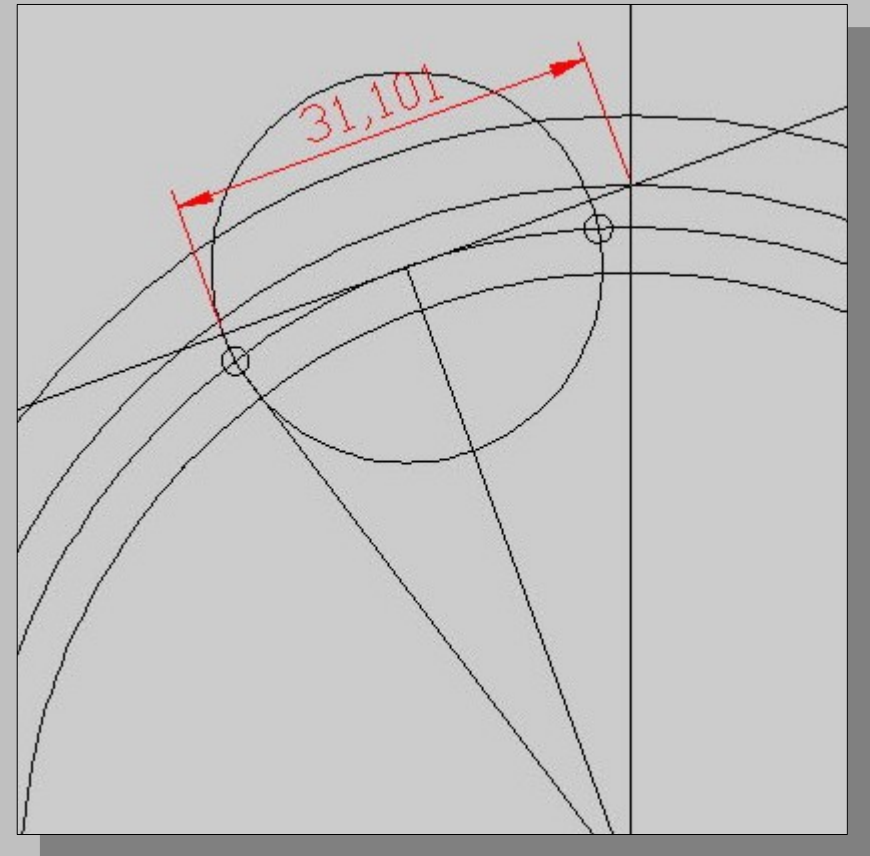
11) Diese Unterteilung wird nun auf den Grundkreis übertragen. Bei der Übertragung der Länge des Eingriffslinienabschnittes auf den Kreisbogen entsteht natürlich ein Fehler bei der Konstruktion der Evolvente. Dieser ist aber umso kleiner, je feiner die Teilung gewählt wird. In diesem Beispiel ist eine sehr grobe Teilung von 2 gewählt worden, damit man noch etwas erkennt ...  
An diese beiden Schnittpunkte werden jetzt die Tangenten konstruiert, dazu ...



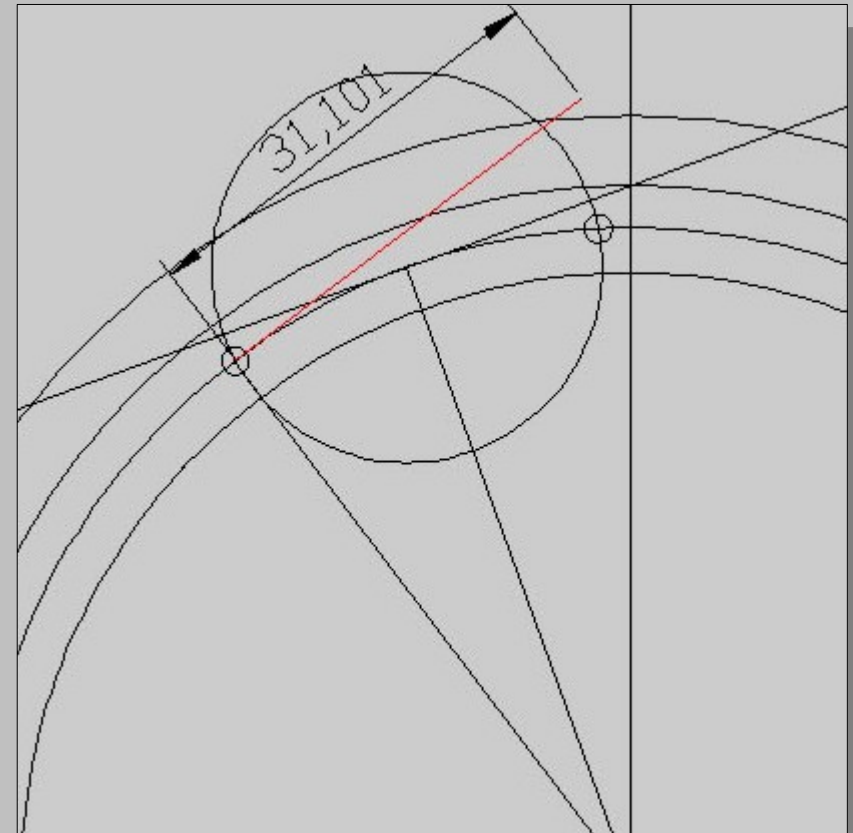
12) ... wird der Schnittpunkt mit dem Mittelpunkt verbunden, ...



13) ... die Länge von 31,101 benutzt, um ...

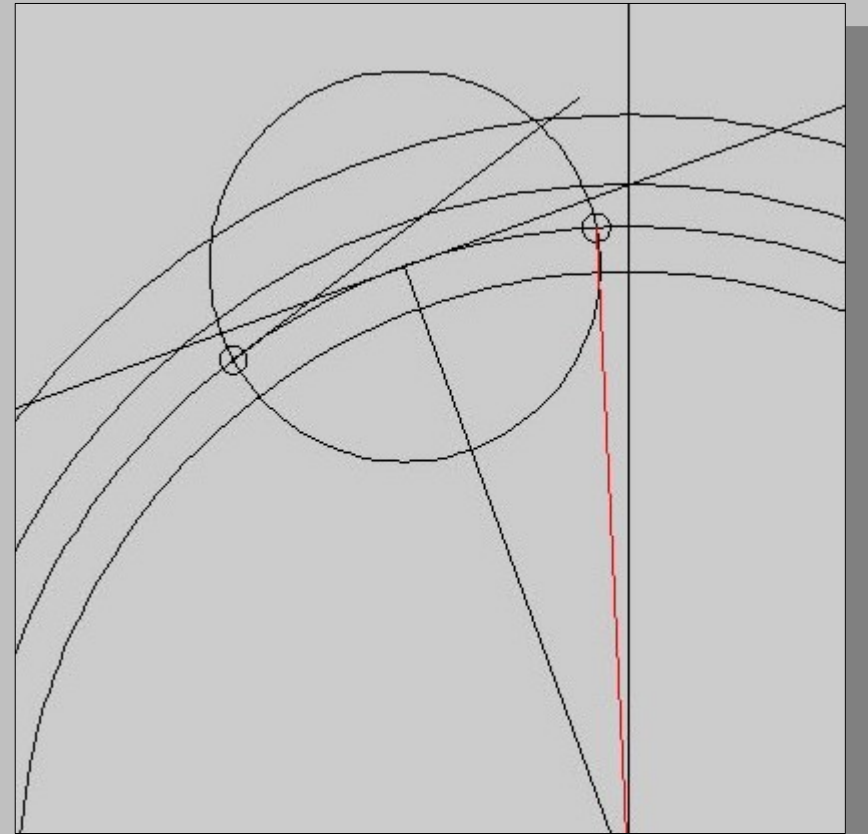


14) ... eine Tangente an den Grundkreis zu konstruieren, der genau diese Länge besitzt. Diese Länge ergibt sich aus folgenden Werten: Ein paar Seiten vorher wurde die Länge von 17,101 genannt. Diese 17,101 plus den Radius des Kreises (der Radius war 14) ergeben 31,101. Der Endpunkt dieser Tangente ist ein Punkt auf der Zahnflanke des Zahnrades.

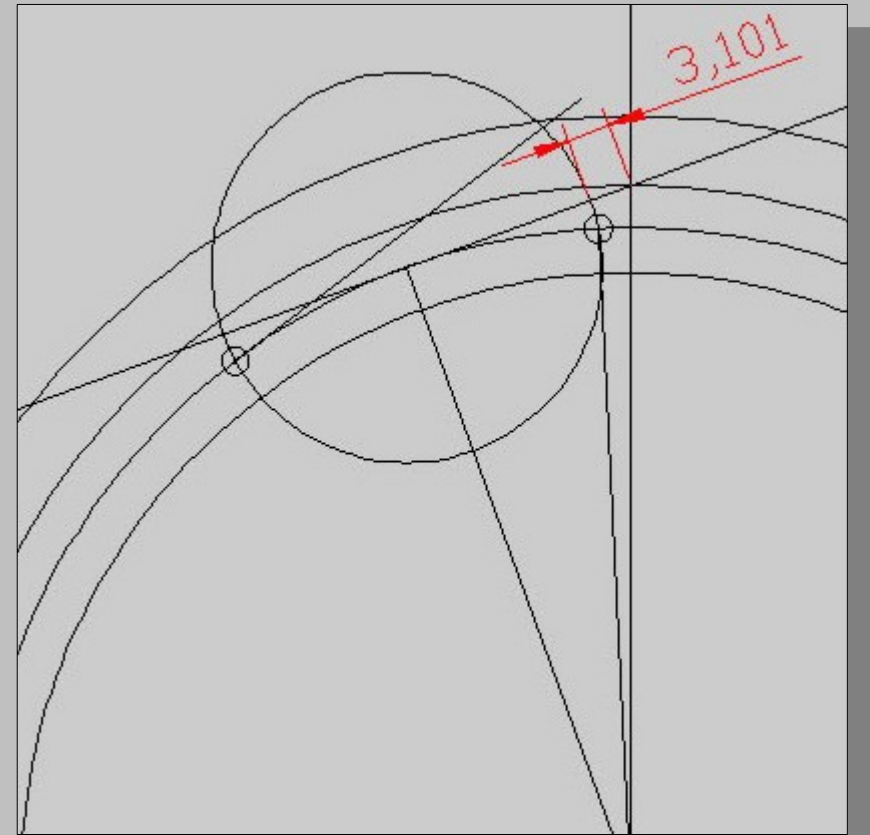




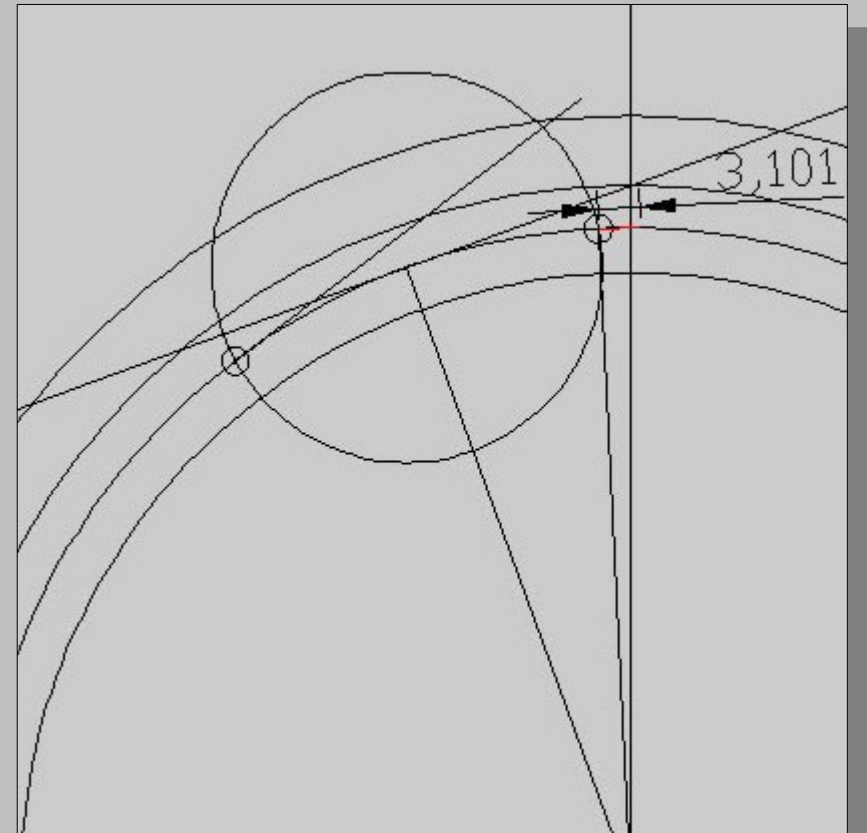
15) Auch an den anderen Schnittpunkt wird eine Tangente an den Grundkreis konstruiert. Dazu wird wieder der Schnittpunkt mit dem Mittelpunkt verbunden, ...



16) ... die Länge von 3,101 benutzt, um ...



17) ... eine Tangente an den Grundkreis zu konstruieren, der genau diese Länge besitzt. Diese Länge ergibt sich aus folgenden Werten: Ein paar Seiten vorher wurde die Länge von 17,101 genannt. Diese 17,101 minus den Radius des Kreises (der Radius war 14) ergeben 3,101. Der Endpunkt dieser Tangente ist ein Punkt auf der Zahnflanke des Zahnrades.

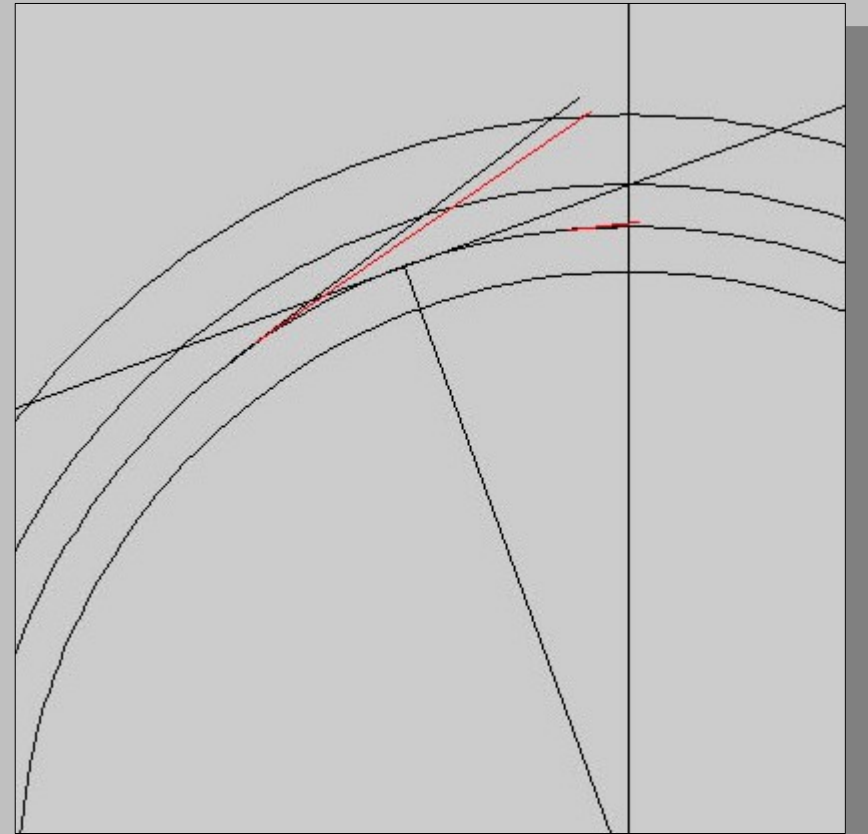


18) Die weiteren Schritte sind analog den vorhergehenden. Hier wurde ein Kreis mit dem Radius 12 verwendet. Dabei ergeben sich die Längen der Tangenten zu 29,101 und 5,101.

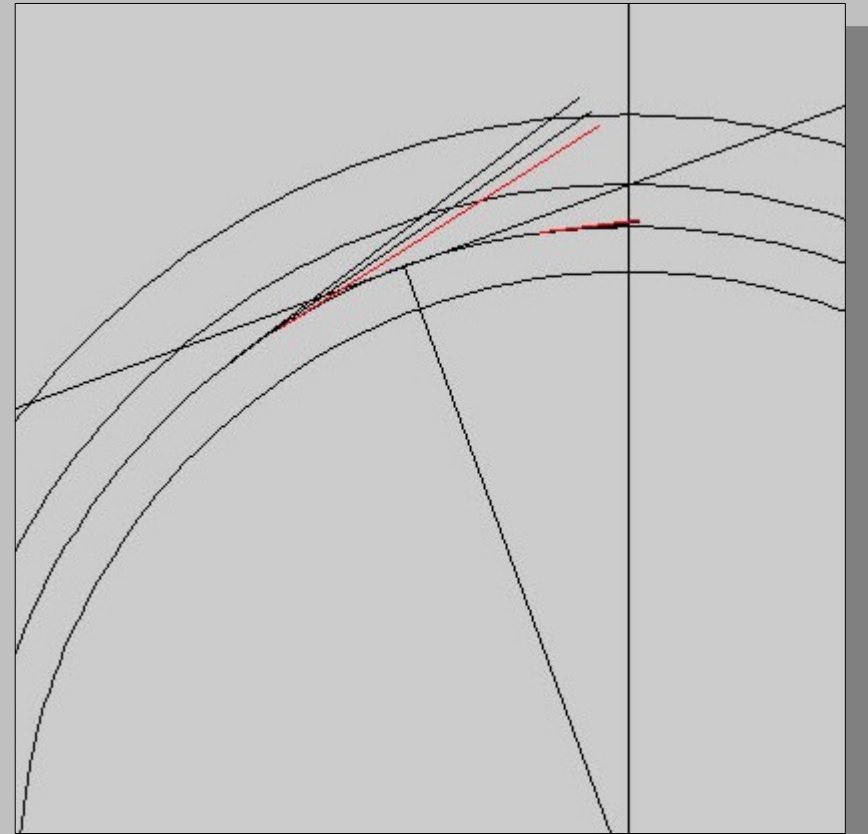
-----

Die Schnittpunkte des neuen Kreises mit dem Grundkreis sind nun andere! Man erkennt es auf dem Bild schlecht!

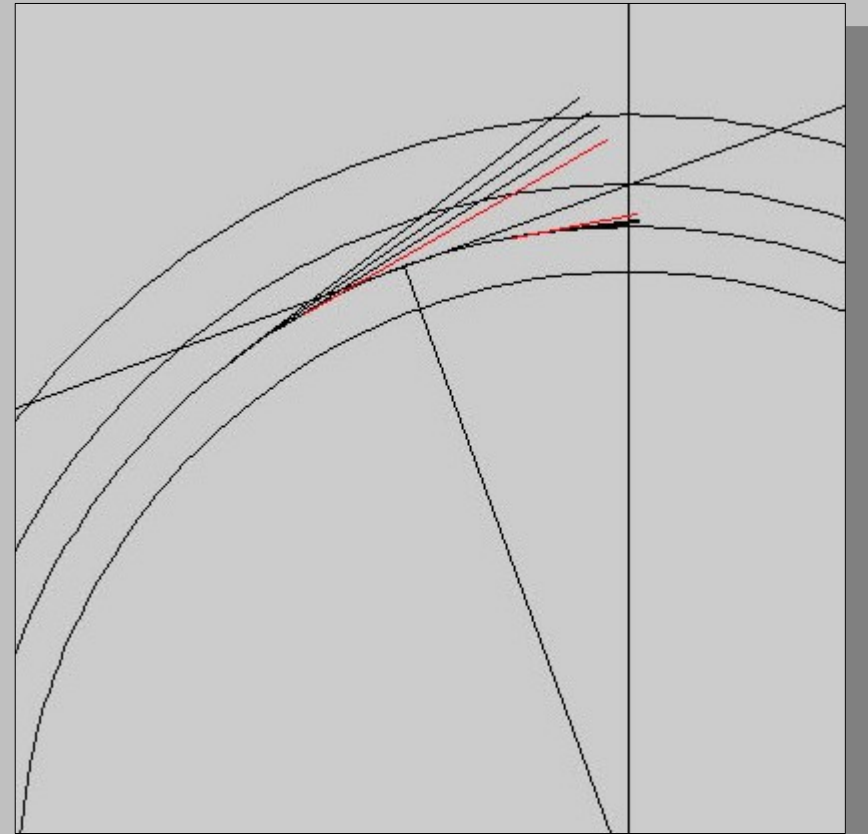
-----



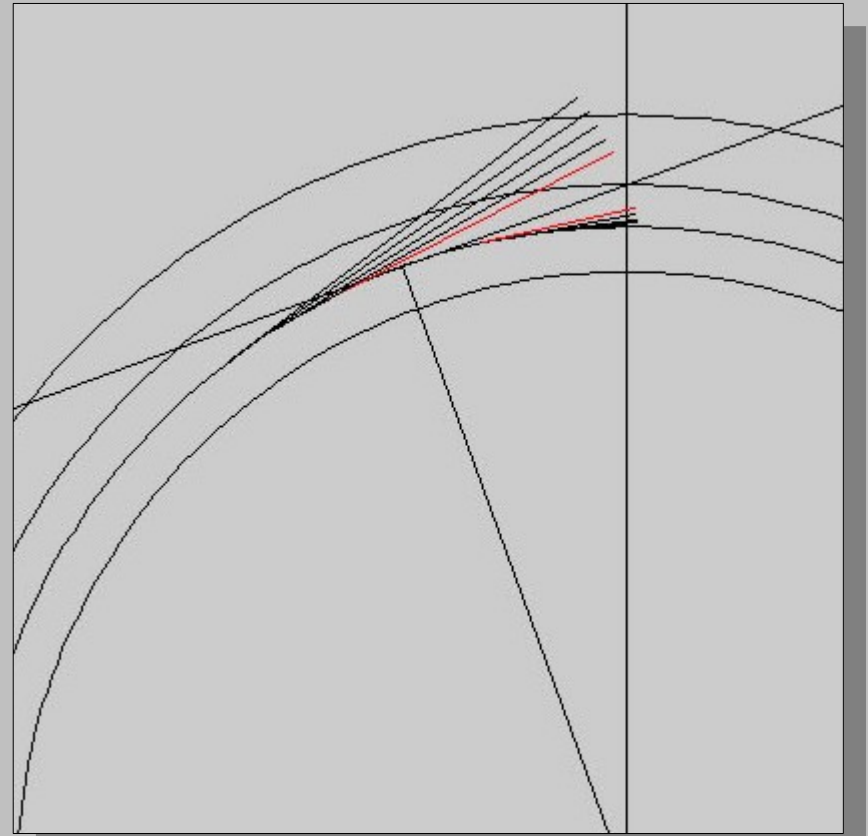
19) Hier wurde ein Kreis mit dem Radius 10 verwendet.  
Dabei ergeben sich die Längen der Tangenten zu 27,101 und 7,101.



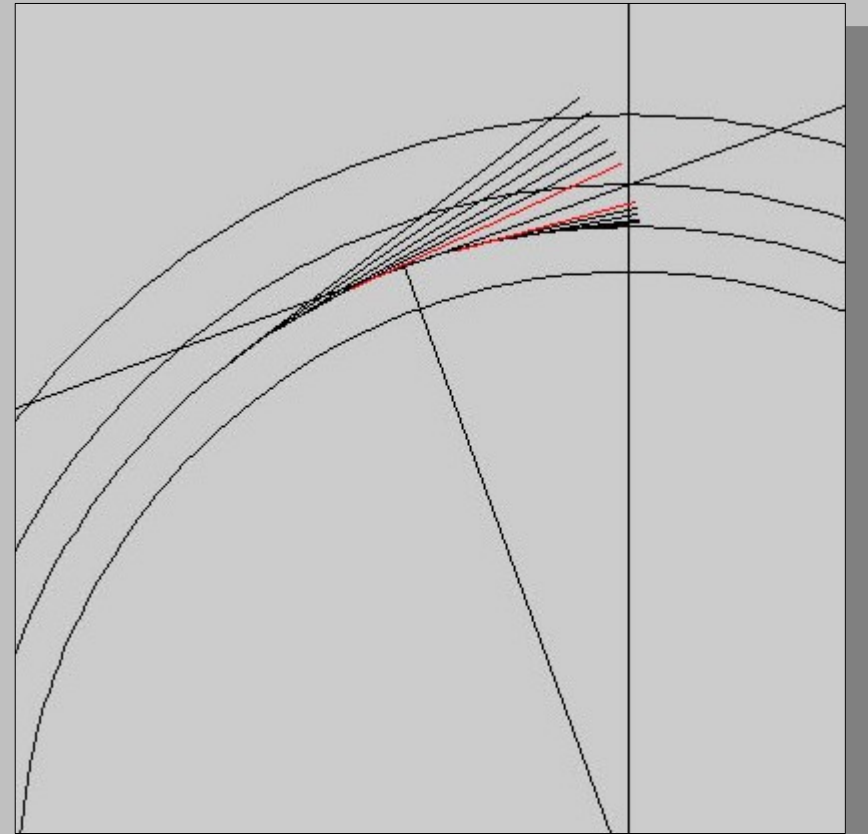
20) Hier wurde ein Kreis mit dem Radius 8 verwendet.  
Dabei ergeben sich die Längen der Tangenten zu 25,101 und 9,101.



Dabei ergeben sich die Längen der Tangenten zu 23,101 und 11,101.

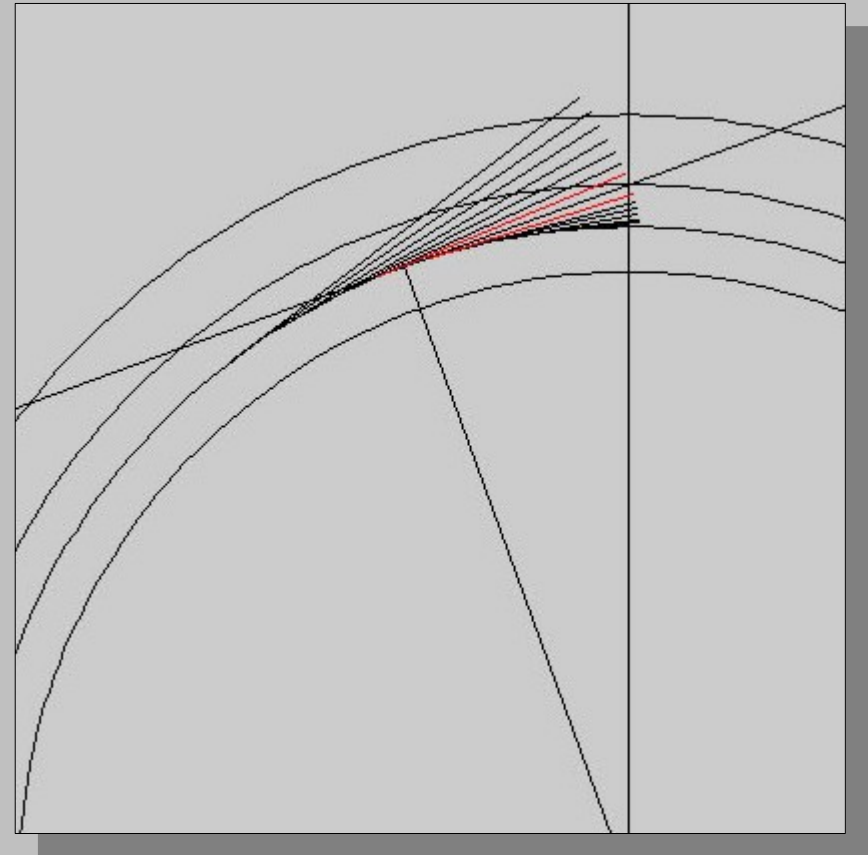


22) Hier wurde ein Kreis mit dem Radius 4 verwendet.  
Dabei ergeben sich die Längen der Tangenten zu 21,101 und 13,101.

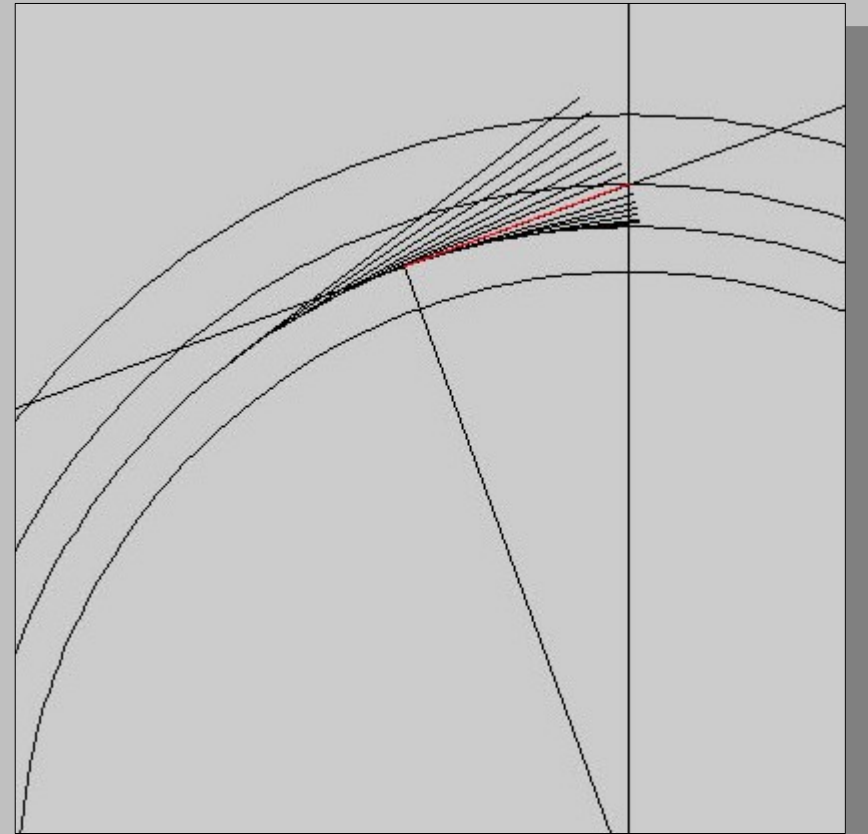




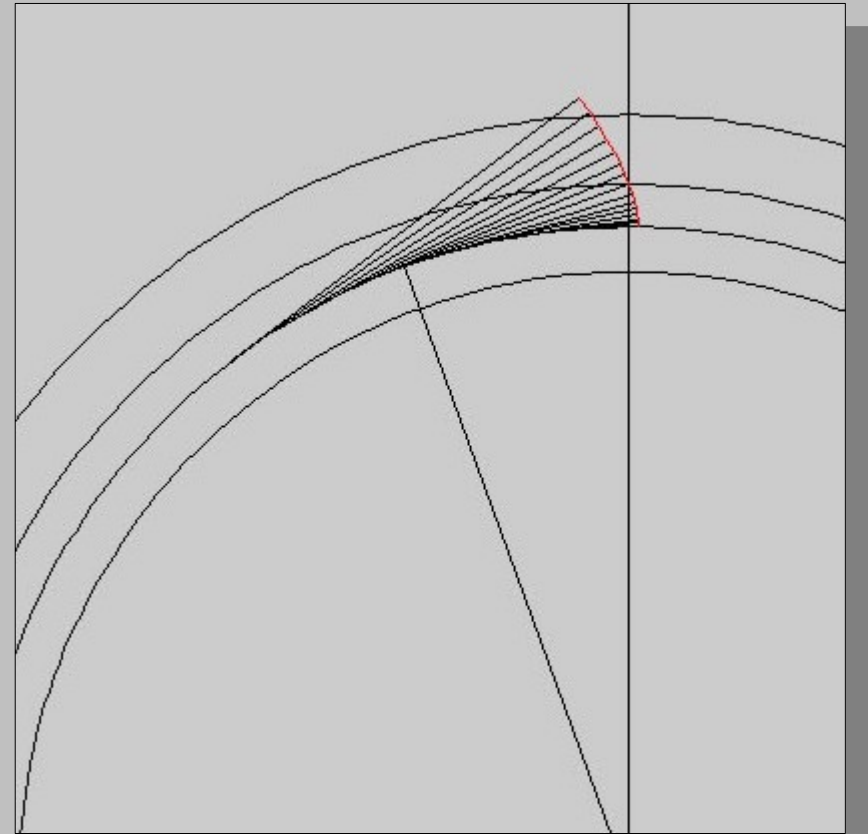
23) Hier wurde ein Kreis mit dem Radius 2 verwendet.  
Dabei ergeben sich die Längen der Tangenten zu 19,101 und 15,101.



24) Hier braucht nun kein Kreis mehr gezeichnet zu werden, denn man ist schon bei einem Kreis mit dem Radius 0 angekommen. Es gibt hier nur noch eine Tangente, die die Länge (Na, wer weiß es?) 17,101 hat. Die Radien der Kreise wurden bei jedem Schritt um 2 verringert. Je kleiner diese Abstufungen sind, desto mehr Punkte besitzt die Evolvente, und desto genauer wird das Flankenprofil.



25) Verbindet man nun alle Endpunkte der Tangenten miteinander, so erhält man das Profil einer Zahnflanke.



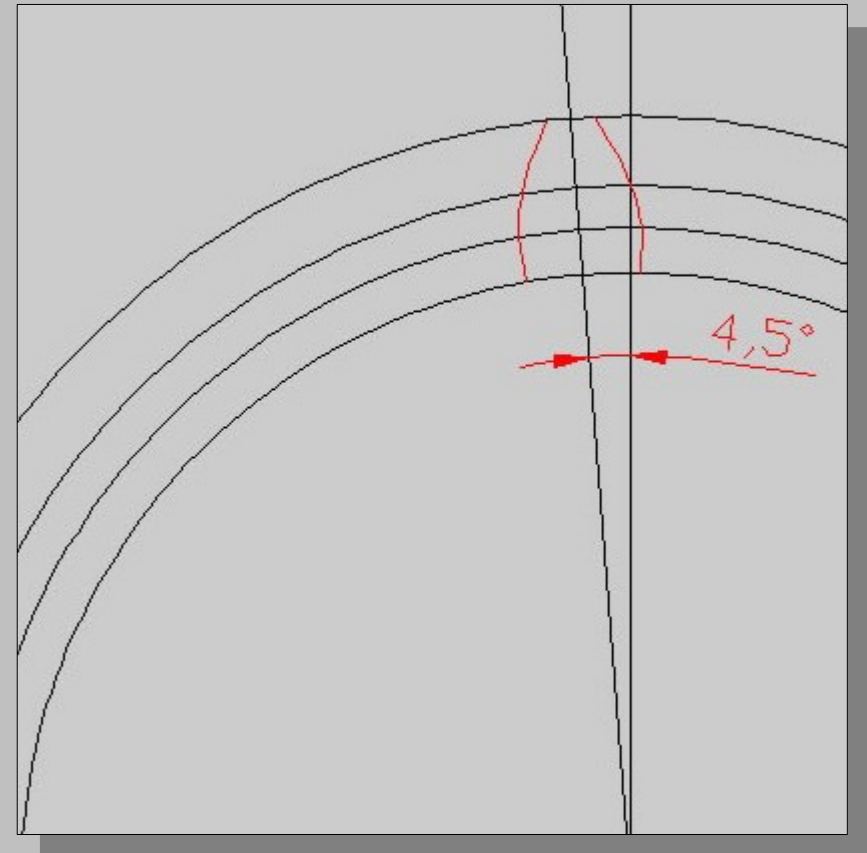
26) Vom Schnittpunkt der Evolvente mit dem Fußkreis habe ich einfach eine Linie zum Mittelpunkt gezeichnet, um die Zahnflanke unterhalb des Grundkreises weiterzuführen. Oberhalb des Kopfkreises wird die Flanke natürlich gekürzt.

An einer um  $4,5^\circ$  gedrehten Linie wird die Zahnflanke nun gedreht. Die  $4,5^\circ$  ergeben sich folgendermaßen:

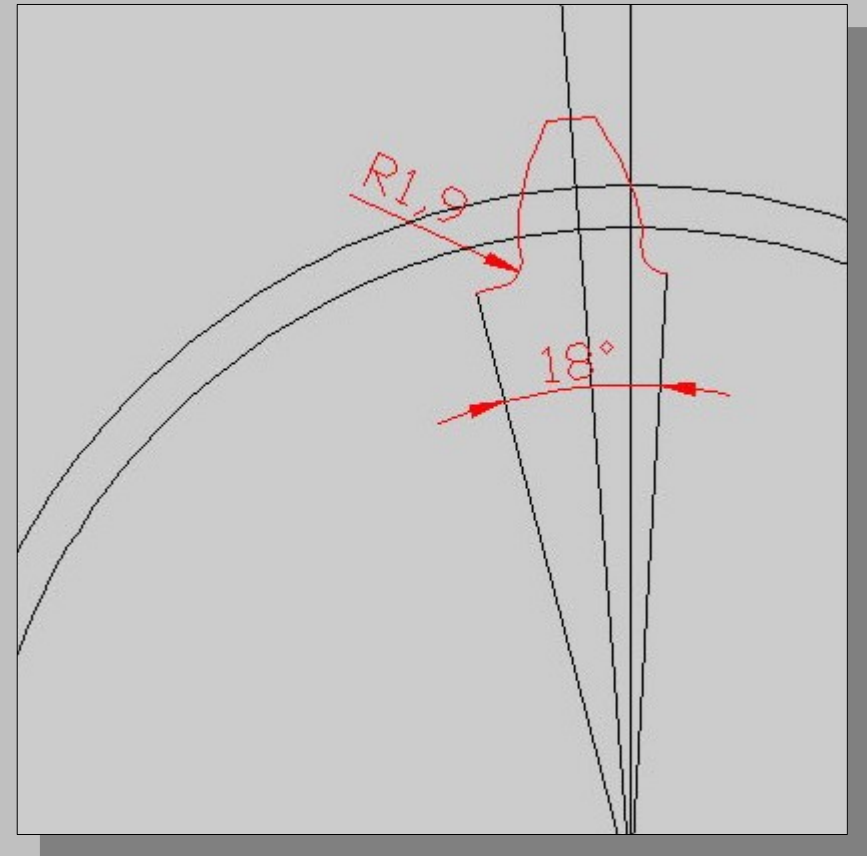
Ich habe die Zahnzahl zu 20 gewählt. Damit ergibt sich für einen Zahn plus dazugehörige Zahnlückenweite ein Winkel von  $360^\circ/20 = 18^\circ$ . Zahnweite und Zahnlückenweite sind gleich groß. Also nimmt ein einzelner Zahn einen Winkel von  $18^\circ/2 = 9^\circ$  ein.

Da man aber nur EINE Zahnflanke hat, muss die andere durch Spiegelung erzeugt werden.

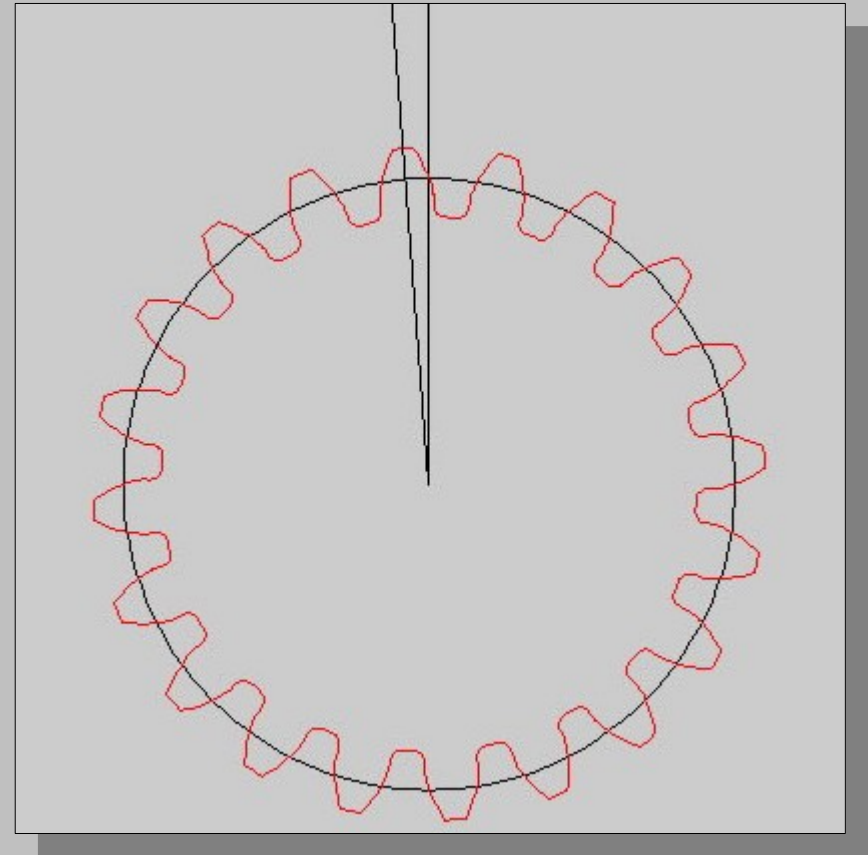
Und durch  $9^\circ/2 = 4,5^\circ$  ergibt sich die Spiegelachse.



27) Der Zahn bekommt im Fußbereich eine Rundung mit einem Radius von  $0,38 \cdot m = 1,9$ . Hier sieht man schön, dass der Zahn inkl. Zahnlücke genau die eben erwähnten  $18^\circ$  einnimmt.



28) Dieser Zahn inkl. Zahnücke wird nun radial erweitert. Dies geschieht im CAD-System mittels eines Arrays.  
... Und fertig ist das Zahnrad.



29) Hier ist der Beweis, dass zwei Zahnräder genau ineinander passen ...  
Zu sehen ist auch, wie die beiden Teilkreise sich immer genau in einem Punkt berühren.

