RMS, dB ?

Wolfgang Wokurek

7. November 2001

Inhaltsverzeichnis

1 Amplitude, Leistung und Energie

Die Stärke (z.B. des Zeigerausschlags) eines Signals wird auch als Amplitude des Signals (Signalamplitude) bezeichnet. Das gilt für die Amplituden des zeitkontinuierlichen (auch *analogen*) Signals $x_a(t)$ wie für dessen Abtastwerte, die Amplituden des zeitdiskreten Signals $x(n)$. Aus diesen *linearen* Amplituden des Signals werden wichtige *quadratische* Größen berechnet. Das ist zunächst die Momentanleistung des zeitdiskreten Signals, die aus den quadrierten Amplituden $x^2(n)$ besteht. Linear oder quadratisch bezeichnet hier die Abhängigkeit der Größe von Veränderungen der Signalstr̆ke. So bewirkt die Verdoppelung der Signalstärke die verdoppelung der linear abhängigen Größen und die Vervierfachung der quadratischabhängigen Größen. Umgekehrt halbieren sich linear abhängige Größen bei halber Signalstr̆ke und quadratisch abhängige Größen werden geviertelt. Die Summe aller Momentanleistungen $\sum x^2(n)$ ist die Energie des zeitdiskreten Signals — ebenfalls eine quadratische Größe. Bei Signalen unendlicher Dauer $-\infty < n < \infty$ muss die Existenz dieser Summe erst noch überprüft werden. Hier werden Signale endlicher Dauer und endlicher Amplitude vorausgesetzt.

Die Wörter Leistung und Energie werden in der Signalverarbeitung nicht immer im korrekten physikalischen Sinn verwendet. Dort sind meist mehrere verschiedene Messgrößen zur Berechnung der Leistung und Energie erforderlich (z.B. Spannung und Strom;

Schalldruck und Schallschnelle). In der Signalverarbeitung ist das wesentliche Unterscheidungsmerkmal zwischen Amplitude und Leistung die Art der Abhängigkeit bei Signalskalierung (z.B. Halbierung, Verdoppelung), nämlich *linear*, wie Amplitude, RMS, Effektivwert, oder *quadratisch*, wie Leistung, mittlere Leistung, Energie, Kurzzeitenergie.

Ein anderes Unterscheidungsmerkmal ist die Frage nach der Zeitnormierung: wie verhält sich die Größe, wenn das betrachtete Zeitintervall verlängert oder verkürzt wird. Die mittlere Leistung ist (bei einem stationären Signal) unabhängig von dieser Intervalldauer. Die Energie ist linear proportional zur Intervalldauer. Quadratisch von der Intervalldauer abhängende Größen sind sogenannte Wirkungen <Energie×Zeit>.

2 Root of Mean of Squares (RMS) = Effektivwert

Der RMS-Wert eines Signalstücks ist jene konstante Signalamplitude, welcher die selbe mittlere Leistung wie dem Signalverlauf zugeordnet ist. In der Signal- und Systemtheorie wird die Signalleistung[1] $p_x(n)$ eines zeitdiskreten, reellwertigen[2] Signals $x(n)$ durch

$$p_x(n) = x^2(n)$$

definiert.

Die Signalleistung $p_x(n)$ ist eine nicht negative Größe:

$$p_x(n) \geq 0 \quad ;$$

sie verschwindet genau dann, wenn auch das Signal $x(n)$ verschwindet $p_x = 0 \Leftrightarrow x(n) = 0$.

Die Summe aller Signalleistungswerte $p_x(n)$ ergibt die Energie des Signals:

$$E_x = \sum_{\forall n} p_x(n)$$

Auch die Signalenergie nimmt keine negativen Zahlenwerte an $E_x \geq 0$. Sie verschwindet dann und nur dann, wenn alle Signalwerte verschwinden $E_x = 0 \Leftrightarrow x \equiv 0$.

Wird nicht die Gesamtenergie des Signals berechnet, sondern nur die Energie des Segments [a,b], d.h. für $x(n),\ a \leq n \leq b$, dann ist das die Kurzzeitenergie:

$$E_{x_{a,b}} = \sum_{n=a}^{b} p_x(n)$$

Aus der Kurzzeitenergie eines Signalsegments lässt sich die mittlere Leistung des Signalsegments berechnen:

$$\bar{p}_{x_{a,b}} = \frac{E_{x_{a,b}}}{N_{a,b}}$$

Dabei wird die Kurzzeitenergie $E_{x_{a,b}}$ durch die Anzahl der Abtastwerte $N_{a,b} = b - a + 1$ des Segments [a,b] geteilt.

Der Effektivwert, oder $RMS_{x_{a,b}}$, ist schließlich jene Amplitude, welche als Konstante im Segment [a,b] die selbe Kurzzeitenergie hätte, wie das Signal

$$E_{RMS_{x_{a,b}}} = \sum_{n=a}^{b} p_{RMS_{x_{a,b}}}(n) = \sum_{n=a}^{b} (RMS_{x_{a,b}})^2 = N_{a,b}(RMS_{x_{a,b}})^2 = E_{x_{a,b}} \quad .$$

---

[1] Die so definierte Signalleistung des zeitdiskreten Signals stimmt allerdings i.A. nicht mit den Abtastwerten der Leistung des zeitkontinuierlichen Signals überein, da letztere die doppelte Signalbandbreite beansprucht und daher die doppelte Abtastrate erfordert.

[2] Die Leistung komplexwertiger Signale $z(n) \in \mathcal{C}$ ist durch $p_z(n) = z^*(n)z(n) = |z(n)|^2$ definiert, was für $z(n) \in \mathcal{R}$ mit $z^2(n)$ übereinstimmt.

Daraus folgt der Effektivwert, oder $RMS_{x_{a,b}}$, zu

$$RMS_{x_{a,b}} = \sqrt{\frac{E_{x_{a,b}}}{N_{a,b}}} = \sqrt{\bar{p}_{x_{a,b}}} \quad .$$

Dieser Wert wird zwar aus der mittleren Leistung berechnet, hat wegen der Quadratwurzel aber wieder die Dimension einer Signalamplitude. Die Bezeichnung RMS, *engl. root of mean of squares*, gibt übrigens den Berechnungsvorgang wieder. Zunächst werden die Signalamplituden quadriert (*engl. squared*), deren Mittelwert (*engl. mean*) wird berechnet und dessen Quadratwurzel (*engl. square root*) ist der Effektivwert.

2.1 RMS $\neq$ Standardabweichung

Dem Effektiwert und der Standardabweichung einer Stichprobe liegen verschiedene Konzepte zugrunde. Auch die Berechnungsformeln sind verschieden. Die Standardabweichung $\sigma_{\mathbf{x}}$ ist als Quadratwurzel des Erwartungswert $\mathcal{E}$ der quadrierten Abweichungen einer Zufallsvariable $\mathbf{x}$ von deren Mittelwert $\mu_{\mathbf{x}}$ definiert.

$$\mu_{\mathbf{x}} = \mathcal{E}\{\mathbf{x}\} \quad , \quad \sigma_{\mathbf{x}} = \sqrt{\mathcal{E}\{(\mathbf{x}-\mu_{\mathbf{x}})^2\}}$$

- Mittelwert und Standardabweichung sind also für *Zufallsvariablen* definiert. Dagegen ist der Effektivwert (RMS) eine (fiktive) Signalamplitude. Dies ist ein Konzeptueller Unterschied.

- Die Standardabweichung beschreibt die *Abweichung vom Mittelwert*. Der Effektivwert (RMS) beschreibt die Signalabweichung vom Nullpunkt. Dieser Unterschied wird am kleinsten bei *mittelwertfreien* Signalen ($\mu_{\mathbf{x}} = 0$).

- Doch selbst bei mittelwertfreien Signalen (bzw. Stichproben) hat der Schätzer der Standardabweichung $\hat{\sigma}_{\mathbf{x}}$ eine andere Gestalt:

  $$\hat{\mu}_{\mathbf{x}} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i \quad , \quad \hat{\sigma}_{\mathbf{x}} = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \mu_{\mathbf{x}})^2}$$

  Die quadrierten Abweichungen werden also nicht gemittelt[3], sondern es wird durch $N-1$ geteilt[4]. Dieser formale Unterschied ist numerisch am größten bei kurzen Signalen (d.h. kleinen Stichproben).

3 Leistungsverhältnisse (Bel, Dezibel)

Das Größenverhältnis zweier Leistungswerte (allgemeiner auf quadrierten Signalwerte bezogene Größen wie Energie, Kurzzeitenergie, Effektivwert, Schallintensität) L_1 und L_2 wird durch Division

$$v = \frac{L_1}{L_2}$$

[3] das wäre eine Division durch N

[4] Dadurch wird der Schätzer erwartungstreu (*unbiased*)

berechnet. Sind die beiden Leistungen von sehr verschiedener Größenordnung, dann ergibt das Verhältnis sehr große (oder sehr kleine), oft *unhandliche* Zahlenwerte. Z.B. stehen die Schallintensitäten der Schmerzgrenze

$$L_1 = 10 \frac{W}{m^2}$$

und der Ruhehörschwelle

$$L_2 = 10^{-12} \frac{W}{m^2} \quad ,$$

im Verhältnis

$$v = \frac{L_1}{L_2} = \frac{10 \frac{W}{m^2}}{10^{-12} \frac{W}{m^2}} = 10^{13} = 10.000.000.000.000 = 10 \text{ Millionen Millionen}$$

$$= 10 \text{ Billionen} \quad (\text{am. engl. } \textit{trillions}) \quad .$$

Um diese *unhandlichen Zahlenwerte* für Leistungsartige Verhältnisse übersichtlicher darzustellen, wird ein *logarithmischer Maßstab* verwendet

$$v_{Bel} = \log_{10} v = \log_{10} \frac{L_1}{L_2} = \log_{10} L_1 - \log_{10} L_2 \quad .$$

Dieses logarithmierte Verhältnis bekam den Namen "Bel"[5]. Dabei wird der dekadische Logarithmus verwendet, das Intensitätsverhältnis zwischen der Schmerzgrenze und der Ruhehörschwelle ist in diesem Maßstab also

$$v_{Bel} = \log_{10} \frac{10 \frac{W}{m^2}}{10^{-12} \frac{W}{m^2}} = \log_{10} 10^{13} = 13 \; Bel \quad .$$

Der Rechenregel für Logarithmen entsprechend, ist der Logarithmus des Verhältnisses gleich der Differenz der Logarithmen des Zählers und des Nenners

$$\log_{10} \frac{L_1}{L_2} = \log_{10} L_1 - \log_{10} L_2 \quad ,$$

also z.B.

$$\log_{10} \frac{10}{10^{-12}} = \log_{10} 10 - \log_{10} 10^{-12} = 1 - (-12) = 13 \quad .$$

Dieser logarithmische Bel-Maßstab ist für viele Anwendungen zu *grob*, d.h. die relevanten Unterschiede zwischen Bel-Werten treten oft erst in den Nachkommastellen auf. Daher ist die Verwendung eines zehnfach vergrößerten Maßstabs üblich. Diese Untereinheit des Bel heißt Dezibel[6] (abgekürzt dB). Das Intensitätsverhältnis zwischen der Schmerzgrenze und der Ruhehörschwelle beträgt dann:

$$v_{Dezibel} = v_{dB} = 10 \log_{10} \frac{10 \frac{W}{m^2}}{10^{-12} \frac{W}{m^2}} = 10 \log_{10} 10^{13} = 10 \times 13 = 130 \; dB \quad .$$

Ist eine der beiden Leistungen L_1 oder L_2 und das Leistungsverhältnis in Dezibel v_{dB} bekannt, dann kann die andere Leistung nach

$$L_1 = L_2 \, 10^{\frac{v_{dB}}{10}} \quad \text{und} \quad L_2 = L_1 \, 10^{-\frac{v_{dB}}{10}}$$

berechnet werden. Die Rückrechnungsformeln für Leistungsverhältnisse in Bel v_B sind

$$L_1 = L_2 \, 10^{v_B} \quad \text{bzw.} \quad L_2 = L_1 \, 10^{-v_B} \quad .$$

[5]Nach dem Erfinder des Telefons, Alexander Graham Bell (1847-1922).

[6]Dezi ... Vorsilbe für $0.1 = 10^{-1}$

3.1 Bezugsleistung

Oft werden *einzelne* Messgrößen in dB angegeben. Steht diese Tatsache nicht im Widerspruch zur Behauptung, dass Dezibel immer ein logarithmisches Leistungsverhältnis darstellt?

Oft werden zunächst Leistungsmeßwerte gesammelt, die erst später, bei der Auswertung, zueinander ins Verhältnis zu setzen sind. Da oft gleich eine Angabe in Dezibel gewünscht wird, kann dies unter Verwendung einer festen Bezugsleistung geschehen. Die Wahl der Bezugsleistung ist beliebig, soferne alle Umrechnungen mit der selben Größe erfolgen. Da die Wahl der Bezugsleistung beliebig ist, kann ein Wert gewählt werden, der die Berechnung vereinfacht. Wird z.B. die Bezugsleistung $L_2 = 1$ verwendet, dann vereinfacht sich die Umrechnugsformel zu

$$v_{dB} = 10 \log_{10} \frac{L_1}{L_2} = 10 \log_{10} \frac{L_1}{1} = 10 \log_{10} L_1 \quad .$$

Wenn die Bezugsgröße nicht aus dem Zusammenhang klar ist, dann wird diese als zusätzlicher Index notiert ($v_{dB,1}$). Die Bezugsleistung 1 wird oft stillschweigend von Signalverarbeitungsprogrammen bei der Umrechung von Amplituden oder Leistungen in Dezibel verwendet.

Zwei mit der selben Bezugsgröße in Dezibel verwandelte Leistungen a und b lassen sich durch Subtraktion dieser Dezibelwerte a_{dB,L_0}, b_{dB,L_0} ins Verhältnis setzen

$$a_{dB,L_0} = 10 \log_{10} \frac{a}{L_0} \quad , \quad b_{dB,L_0} = 10 \log_{10} \frac{b}{L_0} \quad ,$$

$$a_{dB,L_0} - b_{dB,L_0} = 10 \log_{10} \frac{a}{L_0} - 10 \log_{10} \frac{b}{L_0}$$

$$= 10 \log_{10} \frac{\frac{a}{L_0}}{\frac{b}{L_0}} = 10 \log_{10} \frac{a\, L_0}{L_0\, b} = 10 \log_{10} \frac{a}{b} \quad .$$

Dabei bedeutet L_0 die Bezugsleistung und die Rechnung zeigt, dass ihre Größe keinen Einfluß auf das Ergebnis $a_{dB,L_0} - b_{dB,L_0}$ hat.

Bei der Schallpegelmessung liegt ein ähnlicher Fall vor. Dort interessieren sehr oft nur Schallpegel, die für Menschen wahrnehmbar sind. In diesen Fällen bietet sich die Ruhehörschwelle des Menschen als Bezugspegel an. Dieser liegt nahe bei $10^{-12} \frac{W}{m^2}$, der als Bezugsintensität für Schallpegelmessung in Dezibel werwendet wird.

3.2 Amplitude oder RMS in dB?

Der RMS-Wert eines Signalsegments heißt auch Effektivwert und ist jene konstante Signalamplitude, welche die selbe Energie wie das Signal hat. Ist die Umrechnung von *Amplitudenwerten* wie des RMS in dB nicht ein Widerspruch zur Definition von Dezibel als logarithmisches Maß für Leistungen?

Im strengen physikalischen Sinn (s. Abschnitt 1) stimmt dieser Einwand. Da in der Signalverarbeitung jedoch Leistungen durch einfaches Quadrieren von Amplitudenwerten, insbesondere ohne Notwendigkeit zur Einbeziehung weiterer Signale, berechenbar sind, wird dieser Zwischenschritt des Quadrierens von Amplitudenwerten einfach in die Rechnung einbezogen. Sind also die Amplituden A_1 und A_2 gegeben, dann sind die zugehörigen Leistungen $L_1 = A_1^2$ und $L_2 = A_2^2$. Das Leistungsverhältnis in Bel beträgt dann

$$v_B = \log_{10} \frac{L_1}{L_2} = \log_{10} \frac{A_1^2}{A_2^2} = 2 \log_{10} \frac{A_1}{A_2}$$

und in Dezibel

$$v_{dB} = 10\log_{10}\frac{L_1}{L_2} = 10\log_{10}\frac{A_1^2}{A_2^2} = 20\log_{10}\frac{A_1}{A_2} \quad .$$

Zur Berechnung einer Amplitude aus der anderen Amplitude und dem Leistungsverhältnisse in Bel v_B gelten

$$A_1 = A_2\, 10^{\frac{v_B}{2}} \quad \text{bzw.} \quad A_2 = A_1\, 10^{-\frac{v_B}{2}} \quad .$$

Liegt das Leistungsverhältnis in Dezibel v_{dB} vor, gelten

$$A_1 = A_2\, 10^{\frac{v_{dB}}{20}} \quad \text{bzw.} \quad A_2 = A_1\, 10^{-\frac{v_{dB}}{20}} \quad .$$

4 Übungsbeispiele

1. Welchen Dezibelwerten entsprechen die folgenden Leistungsverhältnisse: 2:1, 10:1, 100:1, 1:2 ?

2. Welchen Amplitudenverhältnissen und Leistungsverhältnissen entsprechen die folgenden Dezibelwerte: 0.01dB, -0.1dB, 0.5dB, 5dB, -1B ?

3. Welchem Amplitudenverhältnis entspricht ein Leistungsverhältnis von 1:2 ?

4. Welchem Leistungsverhältnis entspricht ein Amplitudenverhältnis von 2:1; welcher Dezibelwert gehört zu diesem Leistungsverhältnis?

5. Die Amplitude des Nutzsignals beträgt 17940, die des Störsignals 115. Wie groß sind die auf die Leistung 1 bezogenen Dezibelwerte; wie groß ist der Störabstand (Signal to noise ratio [SNR])?

6. Wie muß ein Verstärker in Dezibel eingestellt werden, damit ein Signal mit der Amplitude 395 auf eine Amplitude von 20000 verstärkt wird ?

7. Welches SNR ist maximal zu erwarten, wenn eine Aufnahme (16 bit) mit der Amplitude 400 ausgesteuert ist; wie groß ist das SNR, wenn während der Sprachpause die Störamplitude 12 beträgt?

8. Unter welchen Voraussetzungen sind Amplitudenmessungen verschiedener Aufnahmen miteinander vergleichbar; gelten diese strengen Voraussetzungen auch für Vergleichsmessungen zweier Silben innerhalb von Wörtern?

9. Wenn die Amplitude eines Spektrums mit der Steigung -6dB/Oktave abfällt, wie groß sind die Amplituden- und die Leistungsverhältnisse der beiden Spektralanteile bei 1kHz und 100Hz ? (Hinweis: Das Frequenzverhältnis der Oktave ist 2:1.)

10. Welcher spektralen Steigung entspricht eine Höhenanhebung, die jede spektrale Amplitude proportional zu deren Frequenz verstärkt?

11. Welche Schallleistung produziert ein Sprecher, wenn in einem Meter Entfernung 60dB Schallintensität (bezogen auf $10^{-12}\frac{W}{m^2}$) gemessen werden. Wie groß ist daher der minimale Kalorienverbrauch (in cal) durch eine Stunde Sprechens dieser Lautstärke (1cal = 4.1868Ws)? Welcher verbrannten Fettmasse entspricht das (1g ca. 9cal)?

12. Wieviele simultane Gespräche bereiten Schmerzen, d.h. wieviele Menschen, die beim Ohr des Zuhörers jeweils 60dB Schallintensität hervorrufen, würden durch gleichzeitiges Sprechen dessen Schmerzgrenze von 130dB erreichen? (Annahme: Die Schallintensitäten sind Leistungsgrößen und addieren sich.)

5 Lösungen

1. Welchen Dezibelwerten entsprechen die folgenden Leistungsverhältnisse: 2:1, 10:1, 100:1, 1:2 ?
2. Welchen Amplitudenverhältnissen und Leistungsverhältnissen entsprechen die folgenden Dezibelwerte: 0.01dB, -0.1dB, 0.5dB, 5dB, -1B ?
3. Welchem Amplitudenverhältnis entspricht ein Leistungsverhältnis von 1:2 ?
4. Welchem Leistungsverhältnis entspricht ein Amplitudenverhältnis von 2:1; welcher Dezibelwert gehört zu diesem Leistungsverhältnis?
5. Die Amplitude des Nutzsignals beträgt 17940, die des Störsignals 115. Wie groß sind die auf die Leistung 1 bezogenen Dezibelwerte; wie groß ist der Störabstand (Signal to noise ratio [SNR])?
6. Wie muß ein Verstärker in Dezibel eingestellt werden, damit ein Signal mit der Amplitude 395 auf eine Amplitude von 20000 verstärkt wird ?
7. Welches SNR ist maximal zu erwarten, wenn eine Aufnahme (16 bit) mit der Amplitude 400 ausgesteuert ist; wie groß ist das SNR, wenn während der Sprachpause die Störamplitude 12 beträgt?
8. Unter welchen Voraussetzungen sind Amplitudenmessungen verschiedener Aufnahmen miteinander vergleichbar; gelten diese strengen Voraussetzungen auch für Vergleichsmessungen zweier Silben innerhalb von Wörtern?
9. Wenn die Amplitude eines Spektrums mit der Steigung -6dB/Oktave abfällt, wie groß sind die Amplituden- und die Leistungsverhältnisse der beiden Spektralanteile bei 1kHz und 100Hz ? (Hinweis: Das Frequenzverhältnis der Oktave ist 2:1.)
10. Welcher spektralen Steigung entspricht eine Höhenanhebung, die jede spektrale Amplitude proportional zu deren Frequenz verstärkt?
11. Wird die für tiefe Frequenzen weitgehend vorhandene richtungsunabhängige Abstrahlung angenommen, dann ist die Gesamte Schallleistung auf der Oberfläche einer Kugel mit 1m Radius $4 \times (1m)^2 \times \pi \times 10^{-12} \frac{W}{m^2} \times 10^{\frac{60}{10}} = 12.6\mu W$. Während einer Stunde wird die Arbeit $12.6\mu W \times 3600s = 45.2mWs$ geleistet. Das entspricht $\frac{45.2mWs}{4.1868\frac{Ws}{cal}} = 10.8mcal = 0.0108cal$ oder einer zufolge abgestrahlten Schallenergie verbrannten Fettmenge von $\frac{10.8mcal}{9\frac{cal}{g}} = 1.2mg$ (Milligramm!)
12. Das Intensitätsverhältnis zwischen der Schmerzgrenze und einem einzelnen Sprecher beträgt $130dB - 60dB = 70dB$ oder $10^{\frac{70}{10}} = 10^7 = 10Mio$. 10^7 mal die Intensität eines einzelnen Sprechers erreichen die Schmerzgrenze des Zuhörers. Tatsächlich sinkt die Schallintensität verkehrt proportional zum Quadrat des Abstands zwischen Sprecher und Zuhörer. Daher sind sehr viel mehr als 10 Mio Sprecher erforderlich.

6 Zahlenvorsilben

Zahl	Vorsilbe	Abkürzung	D, (F, GB)	Am. E.
$10^{39} = 1000^{13}$			Sixtilliarde	duodecillion
$10^{36} = 1000^{12}$			Sixtillion (Million^6)	undecillion
$10^{33} = 1000^{11}$			Quintilliarde	decillion
$10^{30} = 1000^{10}$			Quintillion (Million^5)	nonillion
$10^{27} = 1000^{9}$			Quadrilliarde	octillion
$10^{24} = 1000^{8}$	Yotta	Y	Quadrillion (Million^4)	septillion
$10^{21} = 1000^{7}$	Zetta	Z	Trilliarde	sixtillion
$10^{18} = 1000^{6}$	Exa	E	Trillion (Million^3)	quintillion
$10^{15} = 1000^{5}$	Peta	P	Billiarde	quadrillion
$10^{12} = 1000^{4}$	Tera	T	Billion (Million^2)	trillion
$10^{9} = 1000^{3}$	Giga	G	Milliarde	billion
$10^{6} = 1000^{2}$	Mega	M	Million	million
$10^{3} = 1000^{1}$	Kilo	k	Tausend	thousand
10^{2}	Hekto	h	Hundert	hundred
10^{1}	Deka	da	Zehn	ten
1			Eins	unity
10^{-1}	Dezi	d	Zehtel	tenth
10^{-2}	Zenti	c	Hundertstel	hundredth
$10^{-3} = 1000^{-1}$	Milli	m	Tausendstel	thousandth
$10^{-6} = 1000^{-2}$	Mikro	μ	Millionstel	millionth
$10^{-9} = 1000^{-3}$	Nano	n	Milliardstel	billionth, thousand millionth
$10^{-12} = 1000^{-4}$	Piko	p	Billionstel	trillionth, million millionth
$10^{-15} = 1000^{-5}$	Femto	f	Billiardstel	quadrillionth
$10^{-18} = 1000^{-6}$	Atto	a	Trillionstel	quintillionth
$10^{-21} = 1000^{-7}$	Zepto	z	Trilliardstel	Trilliardstel
$10^{-24} = 1000^{-8}$	Yocto	y	Quadrillionstel	septillionth

Beispiel: millihelen, the amount of beauty required to launch one ship

Erweiterungen: googol=10^{100}, googolplex=10^{googol}, NaN … not a number

Übertreibungen: Fantastillitarde, squintillion (squint...schielen), gazillion, zillion, bijillion, uncountabillion

Literatur

[AP] Academic Press Dictionary.