



Feierabend Academy 2008



# Festigkeitsbewertung und FKM Richtlinie

**Beat Schmied**


**Lehrbeauftragter Festigkeitslehre & FEM**

[beat.schmied@bfh.ch](mailto:beat.schmied@bfh.ch)

## Zu meiner Person

-  Haupttätigkeit im eigenen Ingenieurbüro (seit 1993) spezialisiert auf Festigkeitsberechnungen
-  Seit 2005 Lehrbeauftragter an Berner Fachhochschule im Fachbereich Maschinenbau für FEM und Festigkeitslehre

## Festigkeitslehre im Unterricht

-  7 Wochenlektionen (ca. 110 L) in den ersten 3 Semestern
  1. Semester: Grundlagen, Grundbeanspruchungsarten
  2. Semester: Vertiefung
  3. Semester: Stabilitätsprobleme und Festigkeitsnachweis

## FEM im Unterricht

- ANSYS und ANSYS Workbench für Strukturmechanik
- ANSYS CFX und ANSYS Fluent für Strömungssimulationen
- Einführung in ANSYS Workbench (12 Lektionen) im Rahmen der Produktentwicklung im 4. Semester
- Ergänzungsmodul FEM (60 Lektionen) im 6. Semester mit Beschränkung auf Strukturmechanik
- Einsatz der FE-Tools in Semester- und Diplomarbeiten

## Inhalt




- 1. Einleitung**  
Einige allgemeine Ausführungen zu FKM
- 2. Statischer Nachweis mit Nennspannungen**  
Grundlagen und Ablauf gezeigt an einem stabförmigen, ungeschweissten Bauteil (Welle)
- 3. Ermüdungsnachweis mit Nennspannungen**  
An der gleichen Welle wird der Ablauf für die 1-stufige Belastung gezeigt.



# Einleitung

## Einleitung

### FKM

-  **Forschungskuratorium Maschinenbau FKM**  
Dienstleistungsorganisation des VDMA  
[www.fkm-net.de](http://www.fkm-net.de)
-  **Rechnerischer Festigkeitsnachweis für Maschinenbauteile**, 5. Ausgabe 2003  
[www.fkm-richtlinie.de](http://www.fkm-richtlinie.de)  
in deutsch und englisch erhältlich
-  **Bruchmechanischer Festigkeitsnachweis für Maschinenbauteile**, 3. Ausgabe 2006  
in deutsch und englisch erhältlich

## Einleitung

# Anwendungsbereich der FKM-Richtlinie

- im Maschinenbau und verwandte Bereiche
- rechnerischer Nachweis für stabförmige, flächenförmige und volumenförmige Bauteile
- Stähle (auch nicht rostende), Eisengusswerkstoffe, Aluminiumknet- und Gusswerkstoffe
- statischer Nachweis und Ermüdungsnachweis (Dauerfestigkeit oder Betriebsfestigkeit)
- Nachweis mit Nennspannungen oder örtlichen Spannungen (linear-elastische FE-Berechnung)
- nicht geschweisste und geschweisste Bauteile
- normale und erhöhte Temperaturen
- nicht korrosive Umgebung

## Einleitung

# Nicht Bestandteil der Richtlinie

- Die FKM-Richtlinie sagt wenig bis gar nichts über die Art und Weise, wie die Spannungen zu berechnen oder zu messen sind.  
**Es liegt in der Verantwortung des Ingenieurs die relevanten Spannungen zu ermitteln.**
- Ebenso ist es dem Ingenieur überlassen, die massgebenden Lastfälle korrekt zu definieren und die dabei auftretenden Belastungen realitätsnah anzunehmen.  
**Die im Nachweis verwendeten Werte müssen mit grosser Wahrscheinlichkeit grösser als die real auftretenden Belastungen sein.**
- Stabilitätsprobleme werden in der Richtlinie NICHT behandelt.

## Einleitung

# Zu diesem Referat

- Die Ausführungen beschränken sich auf den Nachweis mit Nennspannungen. Der grosse Vorteil der Richtlinie liegt aber, meiner Meinung nach, im Nachweis mit örtlichen Spannungen. Dies weil damit ein breit anerkanntes Tool zur Beurteilung von FEM-Ergebnissen zur Verfügung steht.
- Auch beim Nachweis mit Nennspannungen muss ich mich im Rahmen dieses Referats beschränken:
  - stabförmiges, ungeschweisstes Bauteil
  - Scherung vernachlässigt
  - normale Betriebstemperatur

**Für die praktische Anwendung ist deshalb unbedingt die Richtlinie zu konsultieren.**

## Einleitung

# Rechenbeispiel

### Geometrie

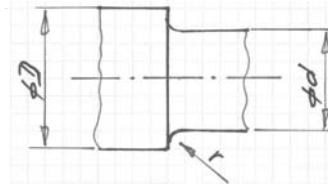
Durchmesser	D	80 mm
	d	60 mm
Eckradius	r	1 mm

### Schnittlasten im Querschnitt

Zugkraft	Fz	„statisch“ 120 kN	„dauerfest“ 60 - 80 kN
Biegemoment	Mb	4 kNm	1.5 kNm (konstant)
Torsionsmoment	Mt	6 kNm	3.0 kNm (schwellend)

### Werkstoff

C45

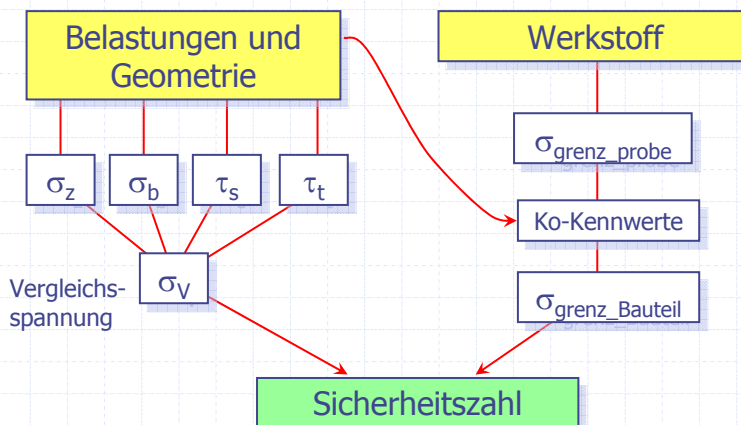


Feierabend Academy 2008

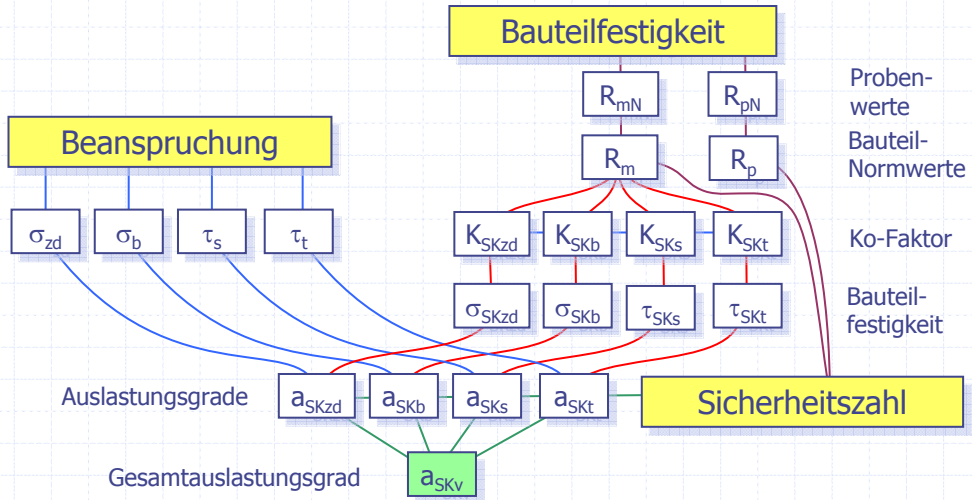
# Statischer Festigkeitsnachweis mit Nennspannungen

Beat Schmied  
Lehrbeauftragter Festigkeitslehre & FEM

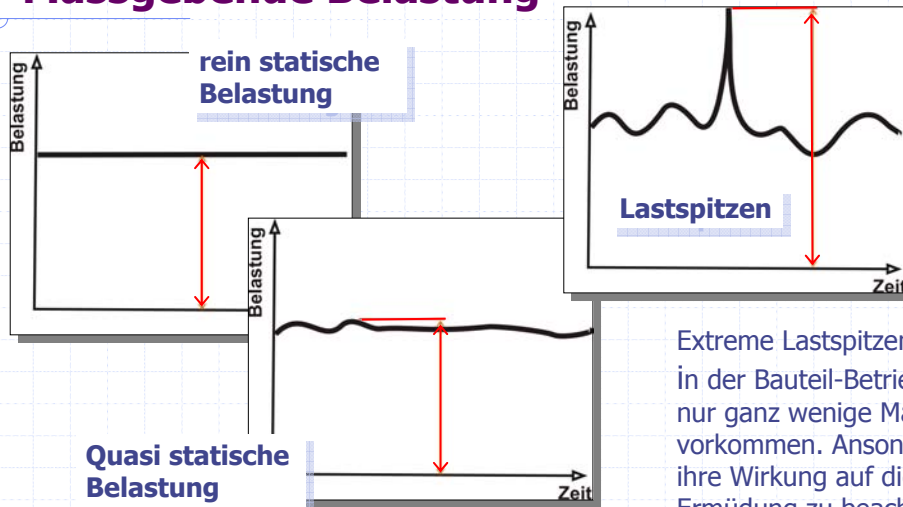
## Statischer Nachweis Klassischer Ablauf



# Statischer Nachweis Ablauf nach FKM



# Statischer Nachweis Massgebende Belastung



Extreme Lastspitzen dürfen in der Bauteil-Betriebszeit nur ganz wenige Male vorkommen. Ansonsten ist ihre Wirkung auf die Ermüdung zu beachten

## Kerbwirkung bei statischer Belastung

In der Fachliteratur steht meist allgemein, dass die Kerbwirkung bei statischer Belastung nicht zu berücksichtigen ist. Dies setzt jedoch voraus, dass der verwendete Werkstoff ein **genügend hohes Plastizitätsvermögen** besitzt. Gemäss FKM gilt dies nur für:

- 📖 **Walz- und Schmiedestahl**
- 📖 **Stahlguss**
- 📖 **Späroguss** mit einer Bruchdehnung  $\geq 12.5\%$
- 📖 **Aluminium Knetlegierung** mit einer Bruchdehnung  $\geq 12.5\%$

Sehr **starke Kerben** (FKM:  $\alpha_k > 3$ ) können auch die duktilen Werkstoffe überfordern. Ist eine der Bedingungen nicht erfüllt, hat der Nachweis mit örtlichen Spannungen zu führen.



## Statischer Nachweis Werkstoffkennwerte

Umrechnung der Probenwerte (Zugfestigkeit und Streckgrenze) auf die reale Grösse des Bauteils





## Statischer Nachweis / Werkstoffkennwerte

### Bauteil-Normwerte

Als Basis dienen die am Probestab ermittelten Normwerte für die Zugfestigkeit ( $R_{m\_N}$ ) und Streckgrenze ( $R_{p\_N}$ ).

Zugfestigkeit  $R_m = K_{d\_m} \cdot R_{m\_N}$

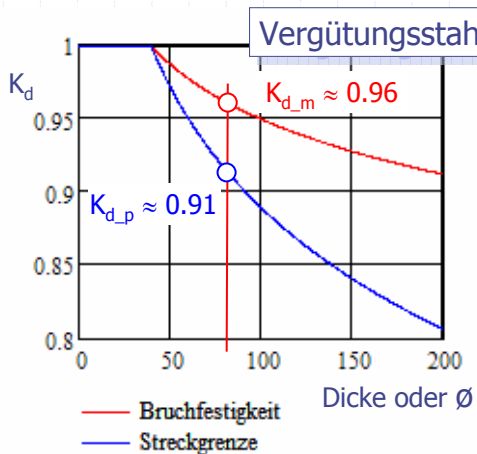
Streckgrenze  $R_p = K_{d\_p} \cdot R_{p\_N}$

$K_{d\_m} / K_{d\_p}$  Technologischer Grössenfaktor  
 $R_m / R_p$  Bauteil-Normwerte

Die FKM liefert im Anhang für eine grosse Anzahl Werkstoffe die Halbzeug-Normwerte.

## Statischer Nachweis / Werkstoffkennwerte

### Technologischer Grössenfaktor $K_d$



Der Grössenfaktor berücksichtigt die im Allgemeinen abnehmende Festigkeit bei zunehmenden Bauteilabmessungen.

Er ist für die Zugfestigkeit ( $K_{d\_m}$ ) und die Streckgrenze ( $K_{d\_p}$ ) zu bestimmen.



# Konstruktionsfaktor

Beim statischen Nachweis sind einzig die plastischen Reserven des betrachteten Querschnitts (Form, Werkstoff, Beanspruchungsart) zu berücksichtigen.

Zur Erinnerung: die Spannungsberechnung erfolgt in jedem Fall linear-elastisch.

Statischer Nachweis / Konstruktionsfaktor

## Plastizitätsvermögen

Die plastischen Reserven werden durch 2 Einflussgrößen bestimmt.

### Beanspruchungsart und Querschnittsform

Bei Biegung und Torsion kann die elastische Grenzlast überschritten und damit vorhandene Tragreserven ausgeschöpft werden. Wie hoch diese Tragreserven sind, hängt nebst der Beanspruchungsart von der Querschnittsform ab. → Formzahl  $K_p$

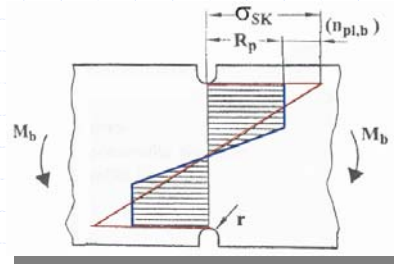
### Plastizitätsvermögen des Werkstoffs

Ob vorgenannte Tragreserven tatsächlich ausgeschöpft werden können, hängt ebenfalls vom Werkstoff ab. Je höherfester eine Stahl ist, umso kleiner ist seine Bruchdehnung und damit sein Plastizitätsvermögen. → Plastizitätszahl des Werkstoffs  $K_w$

## Statischer Nachweis / Konstruktionsfaktor

### Plastische Formzahl $K_p$

$$K_p = \frac{\text{Traglast 100\% plastifiziert}}{\text{Traglast 100\% elastisch}}$$



Querschnittsform	Zug	Biegung	Scherung	Torsion
Rechteck	1	1.5	1	-
Kreis	1	1.7	1	1.33
Kreisring	1	1.27	1	1

Da die Zugbeanspruchung eine konstante Spannung über den Querschnitt erzeugt, ist keine Stützwirkung möglich. Bei der Scherung wird sie vernachlässigt.

## Statischer Nachweis / Konstruktionsfaktor

### Plastizitätszahl des Werkstoffs $K_w$

Das Plastizitätsvermögen nimmt mit zunehmender Festigkeit ab.

$$K_w = \sqrt{\frac{R_{p\_max}}{R_p}} \geq 1$$

Werkstoffgruppe	$R_{p\_max}$
Stahl, Stahlguss	1'050 MPa
Späroguss	320 MPa
Alu-Knetlegierungen	250 MPa

## Plastische Stützzahl & Konstruktionsfaktor

Für den Nachweis ist der kleinere der beiden Werte zu verwenden. Der Minimalwert 1 bedeutet, dass keine Stützwirkung vorhanden ist, respektive dass mit keiner gerechnet werden darf.

Massgebende  
**plastische Stützzahl**

$$n_p = \min(K_p, K_w) \geq 1.0$$

**Konstruktionsfaktor**

$$K_{SK} = \frac{1}{n_p}$$



## Bauteilfestigkeit

Umrechnung vom Bauteil-Normwert (Zugfestigkeit des fiktiven Probezugstabs in realer Bauteilgrösse) auf den Materialgrenzwert für die reale Form und die entsprechende Belastung.

## Bauteilfestigkeit

Statische Bauteilfestigkeit für jede Beanspruchungsart ermittelt.

Zug / Druck

$$\sigma_{SK\_zd} = f_{\sigma} \cdot \frac{R_m}{K_{SK\_zd}}$$

Biegung

$$\sigma_{SK\_b} = f_{\sigma} \cdot \frac{R_m}{K_{SK\_b}}$$

Torsion

$$\tau_{SK\_t} = f_{\tau} \cdot \frac{R_m}{K_{SK\_t}}$$

### Festigkeitsfaktoren

für Stahl und Alu-Knetlegierung

$$f_{\sigma} = 1$$

$$f_{\tau} = 0.577 \quad (\text{nach Mises})$$

für GGG

$$f_{\sigma} = 1 \quad (\text{Zug})$$

$$f_{\sigma} = 1.3 \quad (\text{Druck})$$

$$f_{\tau} = 0.65$$



## Nachweis

Vergleich der Bauteilfestigkeit mit den berechneten Spannungen.

## Statischer Nachweis

# Sicherheitsfaktoren $j_m$ und $j_p$

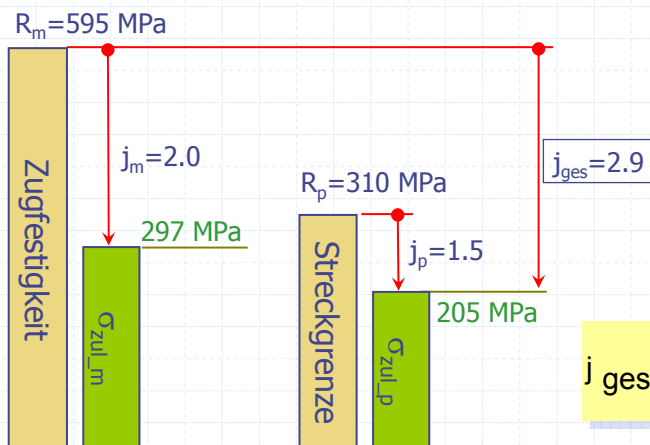
Wahrscheinlichkeit des Auftretens	Sicherheit gilt gegenüber	Stahl und Alu-Knetlegierungen		Stahlguss und GGG	
		Schadensfolge hoch	Schadensfolge gering	Schadensfolge hoch	Schadensfolge gering
hoch	$R_m$	2.0	1.75	2.8	2.45
	$R_p$	1.5	1.3	2.1	1.8
gering	$R_m$	1.8	1.6	2.55	2.2
	$R_p$	1.35	1.2	1.9	1.65

Bedingung für Alu-Knetlegierungen und GGG:  $A_5 \geq 12.5\%$

Reduzierte Werte anwendbar für zerstörungsfrei geprüfte Gussteile.

## Statischer Nachweis

# Gesamtsicherheitsfaktor



## Statischer Nachweis

# Auslastungsgrade der Einzelspannungen

Zug / Druck  $a_{SK\_zd} = \left| \frac{\sigma_{zd}}{\sigma_{SK\_zd}} \right| \cdot j_{ges} \leq 1$

Biegung  $a_{SK\_b} = \left| \frac{\sigma_b}{\sigma_{SK\_b}} \right| \cdot j_{ges} \leq 1$

Torsion  $a_{SK\_t} = \left| \frac{\tau_t}{\tau_{SK\_t}} \right| \cdot j_{ges} \leq 1$

Der Auslastungsgrad 1.0 bedeutet, dass die geforderte Sicherheit genau eingehalten wird. Kleinere Werte bedeuten, dass zusätzliche Tragreserven vorhanden sind.

## Statischer Nachweis

# Gesamt-Auslastungsgrad

Als letztes ist zu überprüfen, ob die gemeinsame Wirkung aller Einzelbeanspruchungen zulässig ist. Dazu wird auf die Vergleichspannungshypothesen zurückgegriffen. Für Stahl ist dies die **Gestaltänderungsenergie-Hypothese** (Mises).

Addition der gleichartigen Auslastungsgrade

$$a_{\sigma} = a_{SK\_zd} + a_{SK\_b}$$

$$a_{\tau} = a_{SK\_s} + a_{SK\_t}$$

Gesamt-Auslastungsgrad nach Gestaltänderungsenergie-Hypothese

$$a_{GH} = \sqrt{a_{\sigma}^2 + a_{\tau}^2} \leq 1$$

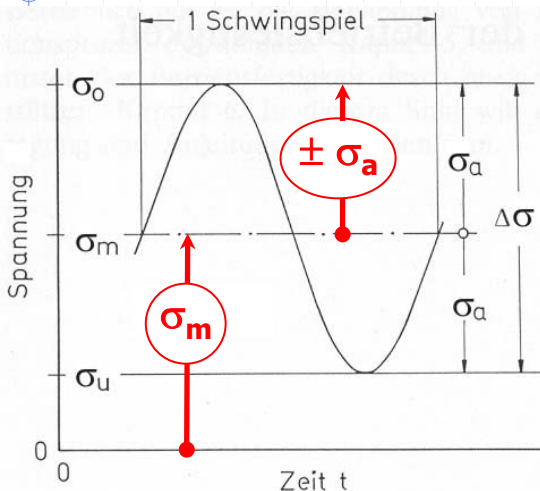
Feierabend Academy 2008

# Ermüdungsnachweis mit Nennspannungen

Beat Schmied  
Lehrbeauftragter Festigkeitslehre & FEM

Ermüdungsnachweis

## 1-stufige Beanspruchung



$\sigma_m$  Mittelspannung  
 $\sigma_a$  Schwingamplitude  
 $\sigma_u$  Unterspannung  
 $\sigma_o$  Oberspannung  
 $\Delta\sigma_o$  Schwingbreite

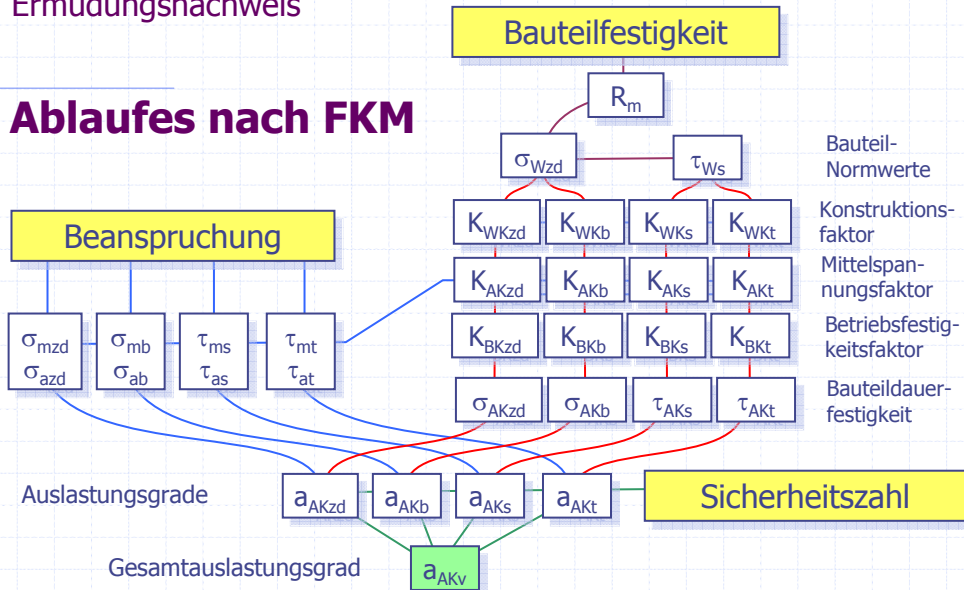
**Spannungsverhältnis**

$$R = \frac{\text{Unterspannung}}{\text{Oberspannung}} = \frac{\sigma_u}{\sigma_o}$$



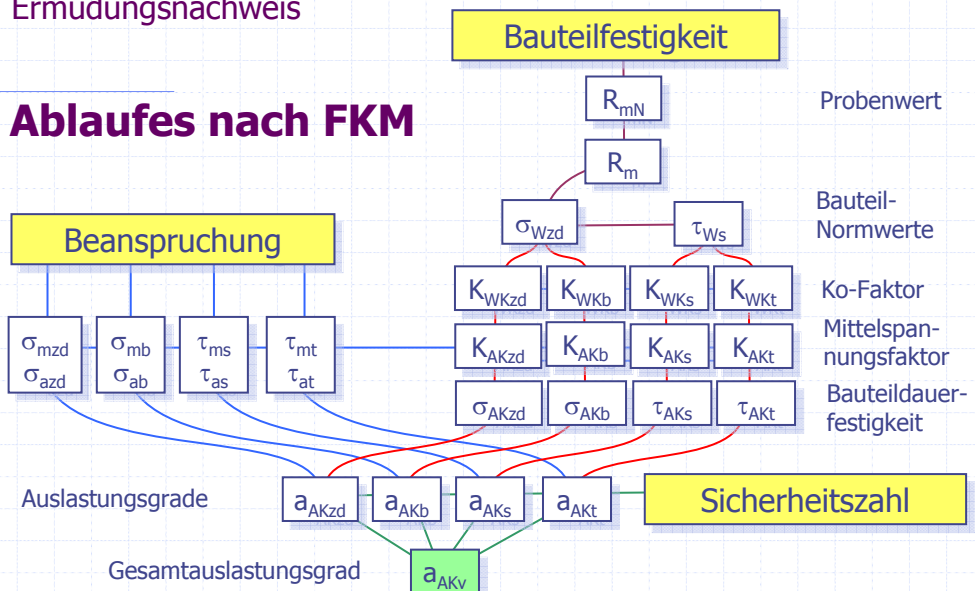
## Ermüdungsnachweis

### Ablaufes nach FKM



## Ermüdungsnachweis

### Ablaufes nach FKM





## Ermüdungsnachweis

# Werkstoffkennwerte

Umrechnung des statischen Grenzwerts (Zugfestigkeit)  
auf die Wechselfestigkeit

Ermüdungsnachweis / Werkstoffkennwerte

## Wechselfestigkeit



$$\sigma_{w\_zd} = f_{w\_σ} \cdot R_m$$

$$\tau_{w\_s} = f_{w\_τ} \cdot \sigma_{w\_zd}$$

Als Basis dient die Zugfestigkeit (Bauteil-Normwert vom statischen Nachweis).

Mit Faktoren werden die Festigkeiten für die wechselnde Belastung (R=-1) gebildet.

Werkstoffgruppe	$f_{w\_σ}$	$f_{w\_τ}$
Schmiedestahl, Einsatzstahl	0.4	0.577
übrige Stähle	0.45	0.577
Stahlguss	0.34	0.577
GGG	0.34	0.65
GG	0.3	0.75

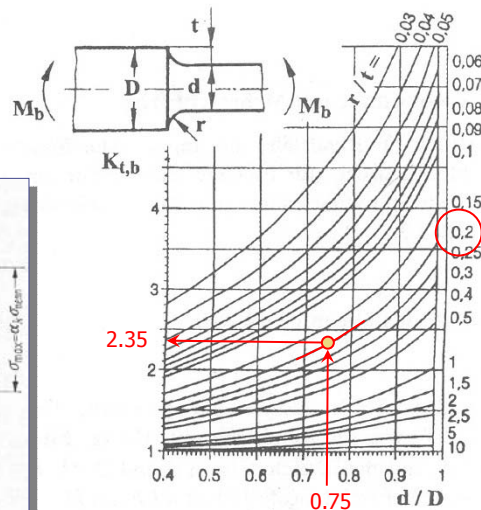
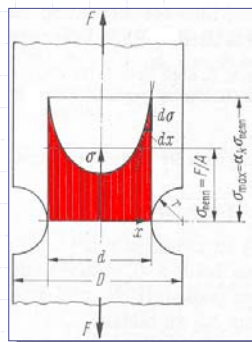
**Wechselfestigkeitsfaktoren**

# Ermüdungsnachweis Konstruktionsfaktor

berücksichtigt alle Faktoren, welche die Wechselfestigkeit positiv oder negativ beeinflussen

## Ermüdungsnachweis / Konstruktionsfaktor Kerbformzahl $K_t$

Die Kerbformzahl  $K_t$  ( $\alpha_K$ ) liefert die Spannungserhöhung infolge einer Kerbe gegenüber der Nennspannung.



## Kerbbempfindlichkeit des Werkstoffs

Duktile Werkstoffe können die im Kerbgrund wirkenden Spannungen lokal durch plastische Verformung teilweise abbauen. Dieser Effekt wird analog dem statischen Nachweis mit der **Stützzahl n** berücksichtigt.

Massgebend für die Stützwirkung ist das **Spannungsgefälle** im Kerbgrund sowie wie beim statischen Nachweis der Werkstoff.

Je höherfester ein Stahl ist, umso kleiner ist sein Plastifizierungsvermögen und umso empfindlicher ist er gegen Kerben. Daraus folgt die Regel:

Ermüdungsprobleme müssen konstruktiv gelöst werden.  
Ein höherfestes Material ist selten hilfreich.

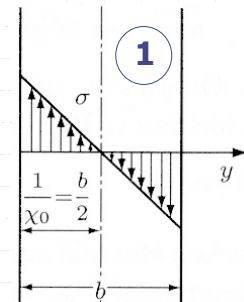
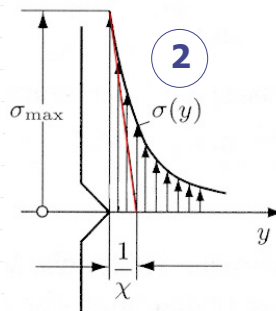
## Bezogenes Spannungsgefälle $G_\sigma$

Es sind zwei Stützwirkungen zu unterscheiden:

1. Spannungsgradient der Nennspannung (ähnlich der plastischen Formzahl  $K_p$  beim statischen Nachweis)
2. Spannungsgradient infolge der Kerbe

### Allgemeine Definition

$$G_\sigma = \chi = \frac{1}{\sigma_{\max}} \cdot \frac{d\sigma}{dy}$$



### Für Fall 1

$$G_\sigma(d) = G_\tau(d) = \frac{2}{d}$$

# Spannungsgefälle infolge Kerbe G(r)

2

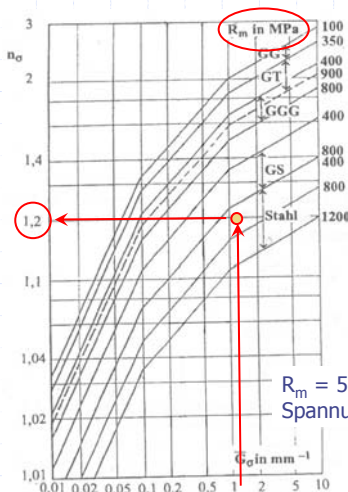
Bauteilform	rund	$G_\sigma(r)$	$G_\tau(r)$
		$\frac{2}{r} \cdot (1 + \phi)$	$\frac{1}{r}$
		$\frac{2,3}{r} \cdot (1 + \phi)$	$\frac{1,15}{r}$

$$\text{falls } \frac{t}{d} \leq 0,25 \text{ oder } \frac{t}{b} \leq 0,25$$

$$\phi = \frac{1}{4 \cdot \sqrt{\frac{t}{r} + 2}} \quad \text{sonst } \phi = 0$$

Weitere Formen siehe z.B. Roloff Matek TB.

# Stützzahlen $n_\sigma$ und $n_\tau$



Für  $n_\tau$  ist anstelle von  $R_m$  der Wert  $f_{W_\tau} \cdot R_m$  einzusetzen.  
 Für Stahl gilt  $f_{W_\tau} = 0,577$  (siehe Folie Wechselfestigkeit).

$R_m = 595 \text{ MPa}$   
 Spannungsgefälle 1.26 für Biegung

## Kerbwirkungszahl $K_f$

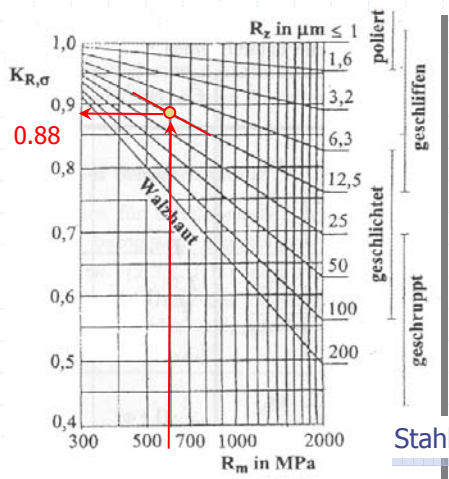
Die Kerbwirkungszahl (häufig  $\beta_K$  genannt) setzt sich zusammen aus der Kerbformzahl und der plastischen Stützwirkung und beschreibt die Spannungserhöhung infolge einer Kerbe bei einem gegebenen Material. Bei der Biegung und Torsion dürfen wegen der linearen Nennspannung auch die Stützwirkungen des Restquerschnitts  $n_\sigma(d)$  eingesetzt werden.

$$K_{f\_zd} = \frac{K_{t\_zd}}{n_\sigma(r)}$$

$$K_{f\_b} = \frac{K_{t\_b}}{n_\sigma(r) \cdot n_\sigma(d)}$$

$$K_{f\_t} = \frac{K_{t\_t}}{n_\tau(r) \cdot n_\tau(d)}$$

## Oberflächenrauheitsfaktor $K_R$



$$K_{R_\tau} = 1 - f_{w_\tau} \cdot (1 - K_{R_\sigma})$$

$R_m = 595$  MPa

Oberflächenrauheit  $R_z = 12.5$

Stahl

## Ermüdungsnachweis / Konstruktionsfaktor

### Randschichtfaktor $K_V$

Durch Randschichtverfestigung lässt sich die Ermüdungsfestigkeit erhöhen. Ohne Verfestigung gilt  $K_V=1$ .

Die Tabellenwerte gelten für Stahlproben mit Durchmesser 30 bis 40 mm und sind nur informativ. Es sind die Einschränkungen

und Vorgaben der FKM zu konsultieren.

Verfahren / Bauteil	Ungekerbt	Gekerbt
Nitrieren	1.1 - 1.15	1.3 - 2
Einsatzhärten	1.1 - 1.5	1.2- 2
Festwalzen	1.1 - 1.25	1.3 - 1.8
Kugelstrahlen	1.1 - 1.2	1.1 - 1.5
Induktiv-/Flammhärten	1.2 - 1.5	1.5 - 2.5

## Ermüdungsnachweis / Konstruktionsfaktor

### Konstruktionskennwerte $K_{WK}$ für Stahl

Zug / Druck 
$$K_{WK\_zd} = \left( K_{f\_zd} + \frac{1}{K_{R\_σ}} - 1 \right) \cdot \frac{1}{K_V}$$

Biegung 
$$K_{WK\_b} = \left( K_{f\_b} + \frac{1}{K_{R\_σ}} - 1 \right) \cdot \frac{1}{K_V}$$

Torsion 
$$K_{WK\_t} = \left( K_{f\_t} + \frac{1}{K_{R\_τ}} - 1 \right) \cdot \frac{1}{K_V}$$

$K_f$  Kerbwirkungszahl

$K_R$  Rauheitsfaktor

$K_V$  Randschichtfaktor



## Ermüdungsnachweis Bauteilfestigkeit

Bauteil-Dauerfestigkeit für die vorhanden Konstruktion unter Berücksichtigung der tatsächlichen Spannungsverhältnis.  
Allenfalls Umrechnung der Dauerfestigkeit auf die Betriebsfestigkeit bei zeitlich variierender Belastung.

## Ermüdungsnachweis / Bauteilfestigkeit Bauteil-Wechselfestigkeit

Zug / Druck

$$\sigma_{WK\_zd} = \frac{\sigma_{w\_zd}}{K_{WK\_zd}}$$

Biegung

$$\sigma_{WK\_b} = \frac{\sigma_{w\_zd}}{K_{WK\_b}}$$

Torsion

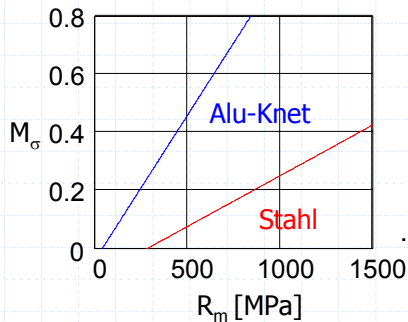
$$\tau_{WK\_t} = \frac{\tau_{w\_t}}{K_{WK\_t}}$$

Entspricht dem Festigkeitsgrenzwert für das Bauteil bei wechselnder Belastung (R=-1).



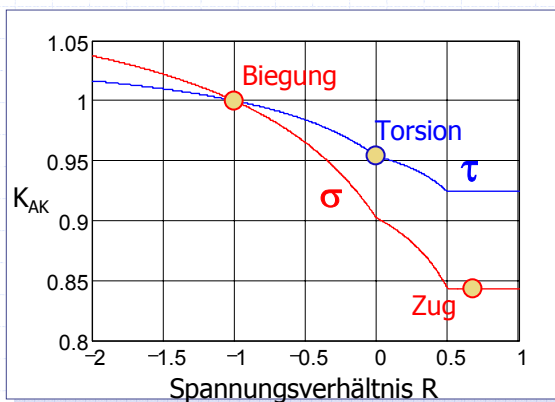
## Mittelspannungsempfindlichkeit $M_\sigma$ , $M_\tau$

Dieser Faktor bringt zum Ausdruck, wie empfindlich eine Werkstoffgruppe auf eine Änderung der Mittelspannung reagiert.



$$M_\tau = f_{W_\tau} \cdot M_\sigma$$

## Mittelspannungsfaktor $K_{AK}$



Die FKM unterscheidet 4 sogenannte Überlastfälle. Dargestellt ist hier Fall 2; bei einer Überlastung bleiben die Spannungsverhältnisse konstant.

## Bauteil-Dauerfestigkeit für beliebiges R

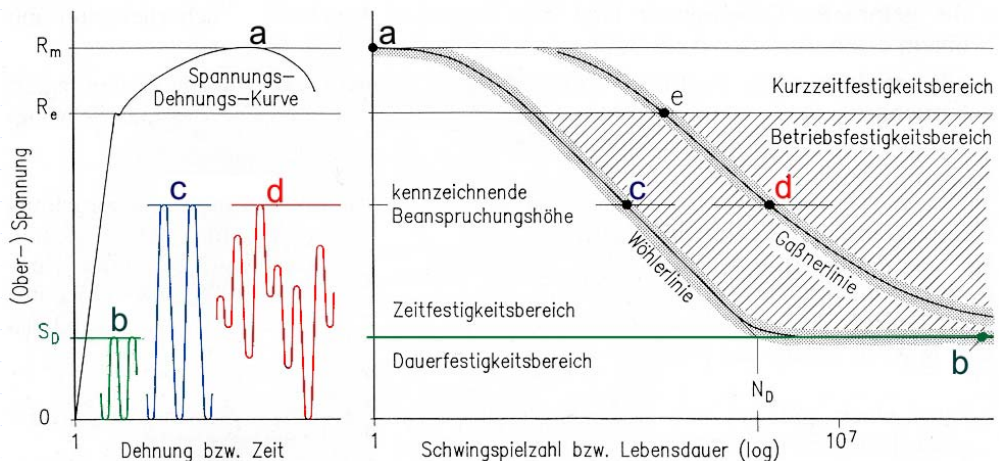
Mit dem Faktor  $K_{AK}$  wird von der Wechselfestigkeit (Mittelspannung = 0  $\rightarrow K_{AK} = 1$ ) auf die vorhandene Mittelspannung umgerechnet. Je höher die Mittelspannung ist, um so empfindlicher der Werkstoff ist, um so stärker wird die Spannungsamplitude reduziert.

Zug / Druck  $\sigma_{AK\_zd} = K_{AK\_zd} \cdot \sigma_{WK\_zd}$

Biegung  $\sigma_{AK\_b} = K_{AK\_b} \cdot \sigma_{WK\_b}$

Torsion  $\tau_{AK\_t} = K_{AK\_t} \cdot \tau_{WK\_t}$

## Bauteil-Betriebsfestigkeit



## Bauteil-Betriebsfestigkeit

Die zeitlich variierende Belastung wird mit dem Betriebsfestigkeitsfaktor berücksichtigt. Auf diesen wird an dieser Stelle nicht weiter eingegangen.

$$\sigma_{BK\_zd} = K_{BK\_zd} \cdot \sigma_{AK\_zd}$$

$$\sigma_{BK\_b} = K_{BK\_b} \cdot \sigma_{AK\_b}$$

$$\tau_{BK\_t} = K_{BK\_t} \cdot \tau_{AK\_t}$$



## Ermüdungsnachweis Nachweis

Vergleich der Bauteilfestigkeit mit den ermittelten Spannungen.



Ermüdungsnachweis / Nachweis

## Sicherheitsfaktor $j_D$

regelmässige Inspektion	Stahl und Alu-Knetlegierungen		Stahlguss und GGG	
	Schadensfolge hoch	Schadensfolge gering	Schadensfolge hoch	Schadensfolge gering
nein	1.5	1.3	2.1	1.8
ja	1.35	1.2	1.9	1.7

Bedingung für Alu-Knetlegierungen und GGG:  $A_5 \geq 12.5\%$ . Für kleinere Werte ist ein Zuschlag vorzunehmen.

Reduzierte Werte anwendbar für zerstörungsfrei geprüfte Gussteile.

Ermüdungsnachweis / Nachweis

## Auslastungsgrad

Die Berechnung erfolgt analog dem statischen Nachweis. Jede einzelne Beanspruchungsart muss wiederum für sich einen Auslastungsgrad  $\leq 1$  aufweisen. Die gleiche Bedingung muss auch der Gesamtauslastungsgrad erfüllen.

**Auch die buchstabengetreue Befolgung der FKM-Richtlinie entbindet den Berechnungsingenieur nicht von der Verantwortung, die Ergebnisse kritisch zu beurteilen.**

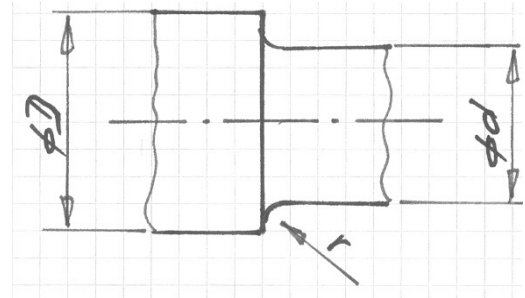
### Statischen Festigkeitsnachweis

#### Geometrie

Grosser Durchmesser  $D := 80 \cdot \text{mm}$

Kleiner Durchmesser  $d := 60 \cdot \text{mm}$

Eckradius  $r := 2 \cdot \text{mm}$



#### Maximale Spitzenbelastungen im Querschnitt

Zugkraft  $F_Z := 120 \cdot \text{kN}$

Biegemoment  $M_b := 4 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$

Torsionsmoment  $M_t := 6 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$

### 1. Spannungsberechnung

#### Flächenkennwerte

Querschnittsfläche  $A_Z := \frac{\pi}{4} \cdot d^2$   $A_Z = 2.83 \times 10^3 \text{ mm}^2$

Axiales Widerstandsmoment  $W_b := \frac{\pi}{32} \cdot d^3$   $W_b = 2.12 \times 10^4 \text{ mm}^3$

Polares Widerstandsmoment  $W_t := \frac{\pi}{16} \cdot d^3$   $W_t = 4.24 \times 10^4 \text{ mm}^3$

#### Nennspannungen

Zug  $\sigma_Z := \frac{F_Z}{A_Z}$   $\sigma_Z = 42 \text{ MPa}$

Biegung  $\sigma_b := \frac{M_b}{W_b}$   $\sigma_b = 189 \text{ MPa}$

Torsion  $\tau_t := \frac{M_t}{W_t}$   $\tau_t = 141 \text{ MPa}$

Einzelspannungen in Vektor

$$\sigma_{\tau \text{ rech}} := \begin{pmatrix} \sigma_Z \\ \sigma_b \\ \tau_t \end{pmatrix}$$

## 2. Bauteil-Normwerte

### Proben-Normwerte für C45

Zugfestigkeit  $R_{m\_N} := 620 \cdot \text{MPa}$

Streckgrenze  $R_{p\_N} := 340 \cdot \text{MPa}$

### Technologischer Grössenfaktor für D = 80 mm

Zugfestigkeit  $K_{d\_m} := 0.96$

Streckgrenze  $K_{d\_p} := 0.91$

### Bauteil-Normwerte

Zugfestigkeit  $R_m := K_{d\_m} \cdot R_{m\_N}$   $R_m = 595 \text{ MPa}$

Streckgrenze  $R_p := K_{d\_p} \cdot R_{p\_N}$   $R_p = 309 \text{ MPa}$

## 3. Konstruktionsfaktor

### Plastische Formzahlen für Querschnitt und Belastung

$$\begin{pmatrix} \text{"Zug"} \\ \text{"Biegung"} \\ \text{"Torsion"} \end{pmatrix} \quad K_p := \begin{pmatrix} 1.0 \\ 1.7 \\ 1.33 \end{pmatrix}$$

### Plastizitätszahl des Werkstoffs

Grenzwert für Stützwirkung  $R_{p\_max} := 1050 \cdot \text{MPa}$

$$K_w := \sqrt{\frac{R_{p\_max}}{R_p}} \quad K_w = 1.84$$

### Plastische Stützzahl und Konstruktionsfaktor

Werkstoff hätte höheres Plastifizierpotential als Querschnitt. Somit gelten die  $K_p$ -Werte.

$$\begin{pmatrix} \text{"Zug"} \\ \text{"Biegung"} \\ \text{"Torsion"} \end{pmatrix} \quad n_p := K_p \quad K_{SK} := \frac{1}{n_p} \quad K_{SK} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0.59 \\ 0.75 \end{pmatrix}$$

## 4. Bauteilfestigkeit

### Festigkeitsfaktoren

Normalspannungen

$$f_{\sigma} := 1$$

Schubspannungen

$$f_{\tau} := 0.577$$

### Bauteilfestigkeit

( "Zug" )  
( "Biegung" )  
( "Torsion" )

$$f_{\sigma\tau} := \begin{pmatrix} f_{\sigma} \\ f_{\sigma} \\ f_{\tau} \end{pmatrix}$$

$$\sigma_{\tau SK} := \frac{f_{\sigma\tau} \cdot R_m}{K_{SK}}$$

$$\sigma_{\tau SK} = \begin{pmatrix} 595 \\ 1012 \\ 457 \end{pmatrix} \text{ MPa}$$

## 5. Nachweis

### Sicherheitsfaktoren für hohe Wahrscheinlichkeit und grosses Schadensausmass

Bezüglich Zugfestigkeit

$$j_m := 2.0$$

Bezüglich Streckgrenze

$$j_p := 1.5$$

Massgebender  
Sicherheitsfaktor

$$j_{ges} := \max \left( j_m \cdot j_p \cdot \frac{R_m}{R_p} \right)$$

$$j_{ges} = 2.9$$

### Auslastungsgrade für einzelne Spannungsarten

$$a_{SK} := \frac{\sigma_{\tau rech}}{\sigma_{\tau SK}} \cdot j_{ges}$$

( "Zug" )  
( "Biegung" )  
( "Torsion" )

$$a_{SK} = \begin{pmatrix} 0.21 \\ 0.54 \\ 0.89 \end{pmatrix}$$

### Auslastungsgrad gesamt

Normalspannungen

$$a_{\sigma} := a_{SK_1} + a_{SK_2}$$

$$a_{\sigma} = 0.74$$

Schubspannungen

$$a_{\tau} := a_{SK_3}$$

$$a_{\tau} = 0.89$$

Gesamt nach Mises

$$a_v := \sqrt{a_{\sigma}^2 + a_{\tau}^2}$$

$$a_v = 1.16$$

Die Gesamtauslastung liegt über 1. Die geforderte Sicherheit bezüglich Streckgrenze ist damit nicht eingehalten und beträgt bloss noch ca. 1.3 statt 1.5. Bezüglich Bruch ist die Sicherheit 2 jedoch gewährleistet.

# Ermüdungsfestigkeitsnachweis

## Maximale Spitzenbelastungen im Querschnitt

Zugkraft		$F_{z\_min} := 60 \cdot \text{kN}$	$F_{z\_max} := 80 \cdot \text{kN}$
Biegemoment	konstant	$M_b := 1.5 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$	
Torsionsmoment	schwellend	$M_t := 3 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$	

## 1. Spannungsberechnungen

### Nennspannungen

Zug  $\sigma_{a\_z} := \frac{F_{z\_max} - F_{z\_min}}{2 \cdot A_z}$   $\sigma_{a\_z} = 4 \text{ MPa}$

Biegung  
(Biegewechsel der Welle)  $\sigma_{a\_b} := \frac{M_b}{W_b}$   $\sigma_{a\_b} = 71 \text{ MPa}$

Torsion  $\tau_{a\_t} := \frac{0.5 \cdot M_t}{W_t}$   $\tau_{a\_t} = 35 \text{ MPa}$

Einzelspannungen in Vektor  $\sigma\tau_{a\_rech} := \begin{pmatrix} \sigma_{a\_z} \\ \sigma_{a\_b} \\ \tau_{a\_t} \end{pmatrix}$

Spannungsverhältnisse  $R_{rech} := \begin{pmatrix} \frac{F_{z\_min}}{F_{z\_max}} \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$   $R_{rech} = \begin{pmatrix} 0.75 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

## 2. Bauteil-Normwerte

### Zugfestigkeits-Normwert aus statischen Nachweis

$R_m = 595 \text{ MPa}$

### Bauteil-Normwerte für Wechselbeanspruchung (R=-1)

Zug/Druck-Wechselfestigkeitsfaktor  $f_{w\_sigma} := 0.45$

Schub-Wechselfestigkeitsfaktor  $f_{w\_tau} := 0.577$

Zug/Druck-Wechselfestigkeit  $\sigma_{w\_zd} := f_{w\_sigma} \cdot R_m$   $\sigma_{w\_zd} = 268 \text{ MPa}$

Schub-Wechselfestigkeit  $\tau_{w\_zd} := f_{w\_tau} \cdot \sigma_{w\_zd}$   $\tau_{w\_zd} = 155 \text{ MPa}$

$\begin{pmatrix} \text{"Zug"} \\ \text{"Biegung"} \\ \text{"Torsion"} \end{pmatrix}$   $\sigma\tau_w := \begin{pmatrix} \sigma_{w\_zd} \\ \sigma_{w\_zd} \\ \tau_{w\_zd} \end{pmatrix}$



### 3. Konstruktionsfaktor

#### Kerbformzahl

Verhältniszahlen für Diagramme

$$\frac{d}{D} = 0.75$$

$$\frac{r}{0.5 \cdot (D - d)} = 0.2$$

#### Kerbformzahlen aus Diagrammen

( "Zug" )  
 ( "Biegung" )  
 ( "Torsion" )

$$K_t := \begin{pmatrix} 2.7 \\ 2.35 \\ 2.1 \end{pmatrix}$$

siehe Referat und FKM-Richtlinie

#### Spannungsgefälle

Gefälle infolge linearem Spannungsgradient

$$G_{\sigma\tau\_d} := \frac{2}{d}$$

$$G_{\sigma\tau\_d} = 0.03 \text{ mm}^{-1}$$

Konstante

$$\phi := \frac{1}{4 \cdot \sqrt{\frac{0.5 \cdot (D - d)}{r}} + 2}$$

$$\phi = 0.091$$

Gefälle infolge der Kerbe

Biegung

$$G_{\sigma\_b} := \frac{2.3}{r} \cdot (1 + \phi)$$

$$G_{\sigma\_b} = 1.26 \text{ mm}^{-1}$$

Torsion

$$G_{\tau\_t} := \frac{1.15}{r}$$

$$G_{\tau\_t} = 0.58 \text{ mm}^{-1}$$

#### Stützzahlen

Konstanten für Stahl

$$a_G := 0.5$$

$$b_G := 2700$$

$$\text{get\_n}\sigma(G, R_m) := \begin{cases} \exp \left\langle - \left( a_G + \frac{R_m}{b_G \cdot \text{MPa}} \right) \right. \\ \left. \begin{array}{l} n_\sigma \left\langle \begin{array}{l} 1 + \sqrt{G \cdot \text{mm}} \cdot 10^{\text{exp}} \text{ if } G \leq \frac{1}{\text{mm}} \\ 1 + \sqrt[4]{G \cdot \text{mm}} \cdot 10^{\text{exp}} \text{ otherwise} \end{array} \right. \end{array} \right.$$

Stützzahl infolge Durchmesser für Biegung und Torsion

$$n_{\sigma\_d} := \text{get\_n}\sigma(G_{\sigma\tau\_d}, R_m)$$

$$n_{\sigma\_d} = 1.03$$

Stützzahlen infolge Kerbe

Biegung

$$n_{\sigma\_r} := \text{get\_n}\sigma(G_{\sigma\_b}, R_m)$$

$$n_{\sigma\_r} = 1.20$$

Torsion

$$n_{\tau\_r} := \text{get\_n}\sigma(G_{\tau\_t}, f_{W\_t} \cdot R_m)$$

$$n_{\tau\_r} = 1.18$$

#### Kerbwirkungszahlen

Zug

Biegung

Torsion

$$K_f := \left[ \begin{array}{c} \left( \frac{1}{n_{\sigma\_r}} \right) \\ \left( \frac{1}{n_{\sigma\_r} \cdot n_{\sigma\_d}} \right) \\ \left( \frac{1}{n_{\tau\_r} \cdot n_{\sigma\_d}} \right) \end{array} \right] \cdot K_t$$

$$K_f = \begin{pmatrix} 2.25 \\ 1.89 \\ 1.72 \end{pmatrix}$$

## Oberflächenrauheit

Rauheit

$$R_z := 12.5 \cdot \mu\text{m}$$

Konstante

$$a_{R_\sigma} := 0.22$$

Konstante

$$R_{m\_N\_min} := 400 \cdot \text{MPa}$$

$$\text{get\_KR}_\sigma(k) := 1 - k \cdot a_{R_\sigma} \cdot \log\left(\frac{R_z}{\mu\text{m}}\right) \cdot \log\left(2 \cdot \frac{R_m}{R_{m\_N\_min}}\right)$$

Rauheitsfaktor für Normalspannung

$$K_{R_\sigma} := \text{get\_KR}_\sigma(1)$$

$$K_{R_\sigma} = 0.89$$

Rauheitsfaktor für Schubspannung

$$K_{R_\tau} := \text{get\_KR}_\sigma(f_{w_\tau})$$

$$K_{R_\tau} = 0.93$$

$\begin{pmatrix} \text{"Zug"} \\ \text{"Biegung"} \\ \text{"Torsion"} \end{pmatrix}$

$$K_R := \begin{pmatrix} K_{R_\sigma} \\ K_{R_\sigma} \\ K_{R_\tau} \end{pmatrix}$$

## Konstruktionsfaktoren

Randschichtfaktor

$$K_V := 1$$

$\begin{pmatrix} \text{"Zug"} \\ \text{"Biegung"} \\ \text{"Torsion"} \end{pmatrix}$

$$K_{WK} := \left( K_f + \frac{1}{K_{R_\sigma}} - 1 \right) \cdot \frac{1}{K_V}$$

$$K_{WK} = \begin{pmatrix} 2.38 \\ 2.02 \\ 1.85 \end{pmatrix}$$

## 4. Bauteilfestigkeit

### Bauteilfestigkeit

$\begin{pmatrix} \text{"Zug"} \\ \text{"Biegung"} \\ \text{"Torsion"} \end{pmatrix}$

$$\sigma_{\tau WK} := \frac{\sigma_w}{K_{WK}}$$

$$\sigma_{\tau WK} = \begin{pmatrix} 113 \\ 133 \\ 84 \end{pmatrix} \text{MPa}$$

### Mittelspannungsempfindlichkeit

Werkstoffkonstanten für Stahl

$$a_M := 0.35$$

$$b_M := -0.1$$

Mittelspannungsempfindlichkeit

Normalspannung

$$M_\sigma := a_M \cdot 10^{-3} \cdot \frac{R_m}{\text{MPa}} + b_M$$

$$M_\sigma = 0.108$$

Schubspannung

$$M_\tau := f_{w_\tau} \cdot M_\sigma$$

$$M_\tau = 0.063$$

Mittelspannungsfaktor für Überlastungsfall 2 (Spannungsverhältnis bleibt konstant)

$$\text{get\_K}_{AK}(R\sigma, M\sigma) := \begin{cases} \frac{1}{1 + M\sigma \cdot \left(\frac{1 + R\sigma}{1 - R\sigma}\right)} & \text{if } R\sigma \leq 0 \\ \frac{1 + \frac{M\sigma}{3}}{1 + M\sigma} & \text{if } (R\sigma > 0) \wedge (R\sigma < 0.5) \\ \frac{3 + M\sigma}{3 \cdot (1 + M\sigma)^2} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} \text{"Zug"} \\ \text{"Biegung"} \\ \text{"Torsion"} \end{pmatrix} \quad K_{AK} := \begin{pmatrix} \text{get\_K}_{AK}(R_{rech1}, M_{\sigma}) \\ \text{get\_K}_{AK}(R_{rech2}, M_{\sigma}) \\ \text{get\_K}_{AK}(R_{rech3}, M_{\tau}) \end{pmatrix} \quad K_{AK} = \begin{pmatrix} 0.84 \\ 1.00 \\ 0.94 \end{pmatrix}$$

### Bauteil-Dauerfestigkeit mit vorhandenen Spannungsverhältnissen

$$\begin{pmatrix} \text{"Zug"} \\ \text{"Biegung"} \\ \text{"Torsion"} \end{pmatrix} \quad \sigma_{AK} := \overrightarrow{(K_{AK} \cdot \sigma_{WK})} \quad \sigma_{AK} = \begin{pmatrix} 95 \\ 133 \\ 79 \end{pmatrix} \text{ MPa}$$

### Bauteilbetriebsfestigkeit

Für konstante sinusförmige Belastung

$$K_{BK} := \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \sigma_{BK} := \overrightarrow{(K_{BK} \cdot \sigma_{AK})} \quad \sigma_{BK} = \begin{pmatrix} 95 \\ 133 \\ 79 \end{pmatrix} \text{ MPa}$$

## Nachweis

Sicherheitsfaktor

$$j_D := 1.5$$

### Auslastungsgrade für einzelne Spannungsarten

$$\begin{pmatrix} \text{"Zug"} \\ \text{"Biegung"} \\ \text{"Torsion"} \end{pmatrix} \quad a_{BK} := \frac{\sigma_{a\_rech}}{\sigma_{BK}} \cdot j_D \quad a_{BK} = \begin{pmatrix} 0.06 \\ 0.80 \\ 0.67 \end{pmatrix}$$

### Auslastungsgrad gesamt

Normalspannungen

$$a_{\sigma} := a_{BK1} + a_{BK2} \quad a_{\sigma} = 0.86$$

Schubspannungen

$$a_{\tau} := a_{BK3} \quad a_{\tau} = 0.67$$

Gesamt nach Mises

$$a_v := \sqrt{a_{\sigma}^2 + a_{\tau}^2} \quad a_v = 1.09$$

Die Gesamtauslastung liegt wiederum über 1. Die geforderte Sicherheit bezüglich Ermüdungsbruch ist somit reduziert.