1 Eingangswerte

1.1 Material

E-Modul: $E := 3.0 \cdot 10^{7} \frac{kN}{m^{2}}$

Wichte: $\gamma := 25 \frac{kN}{m^{3}}$

1.2 Systemdaten

$a_1 := 4.0m$

$b := 5.0m$

$b_3 := 0.8m$

$h_1 := 3.6m$

$b_s := 0.4m$

$a_2 := 1.0m$

$b_1 := 3.6m$

$b_4 := 0.6m$

$h_2 := 1.5m$

$d_p := 0.24m$

$d_s := 35cm$

$b_s := 35cm$

$k_F := 200 \frac{kN}{m}$

1.3 Maschinendaten

Maschinenmasse: $m_M := 15 \frac{kN \cdot s}{m}$

Massenträgheitsmoment:

$\Theta_{M.y} := 10kN \cdot m \cdot s^{2}$

$\Theta_{M.x} := 14kN \cdot m \cdot s^{2}$

$\Theta_{M.z} := 15kN \cdot m \cdot s^{2}$

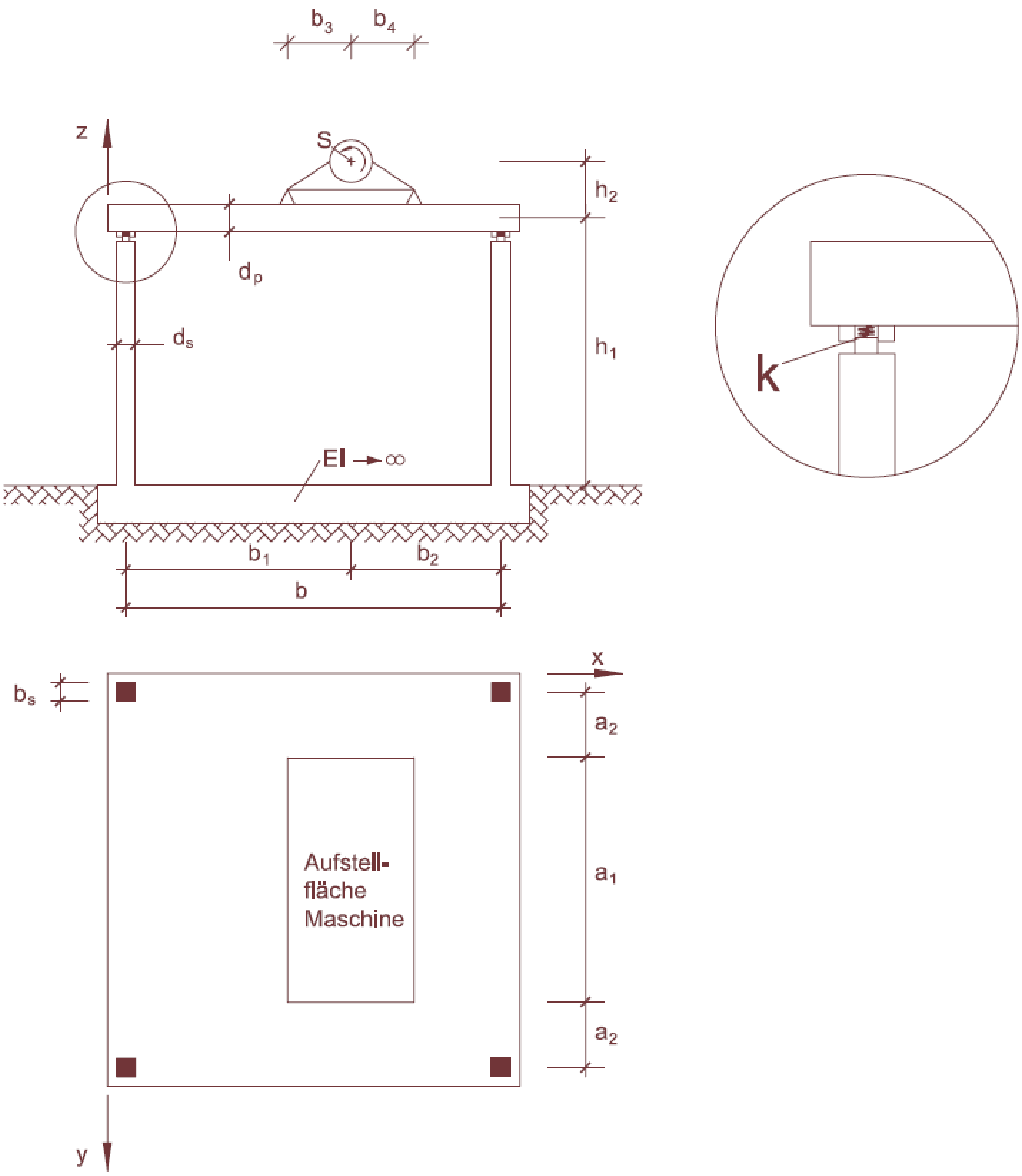
Masse Unwucht: $m_U := 0.005 \frac{kN \cdot s^{2}}{m}$

Ausmitte Unwucht: $r := 0.05m$

Drehzahl $n := 3000 \cdot \frac{1}{min}$

1.4 Skizze

System

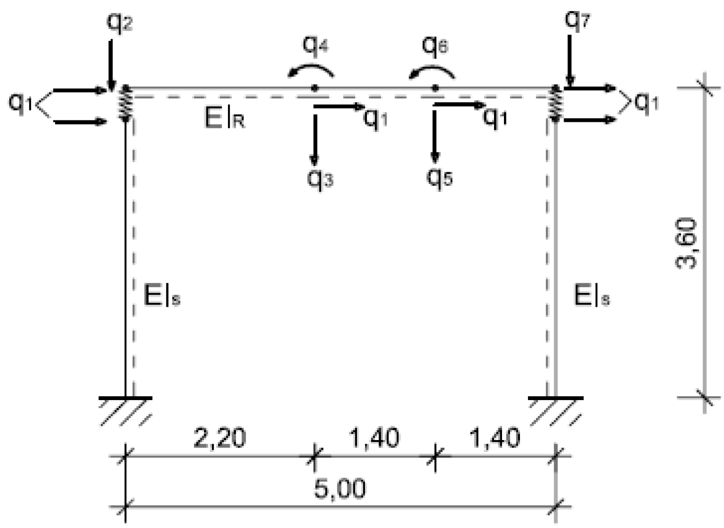


2 Modellierung und Eigenwertberchnung

2.1 Allgemeines

Die Analyse des System soll anhand eines ebenen Modelles im Rahmen des Verschiebungsgrößenverfahrens erfolgen. Aus diesem Grund wird das System im Folgenden in der X-Z-Ebene Betrachtet, weil die darauf aufgestellte Maschine in dieser Ebene eine dynamische Beanspruchung verursacht.
Da die Fundamentsteifigkeit gegen Unendlich geht, könne die Stützen als eingespannt angesehen werden.
Des Weiteren gehen die Dehnsteifigkeiten aller Stäbe gegen unendlich. Daher gibt es für die Stützen keinen vertikalen verschiebungsfreiheitsgrad und für den Riegel nur einen horizontalen Verschiebungsfreiheitsgrad q_1 . Auf Grund der Federn müssen für den Riegel die vertikalen Verschiebungsfreiheitsgrade q_2 und q_7 berücksichtigt werden.
Weiterhin sind die vertikalen Knotenverschiebungen sowie die Knotenverdrehungen am Rand der Aufstellfläche unbekannt (Freiheitsgrade $q_3\, q_4\, q_5\, q_{6.}$

2.2 Skizze statisches System und Freiheitsgrade



2.2 Aufbau der Systemsteifigkeitsmatrix

2.2.1 Steifigkeiten

$$EI_R := E \cdot \frac{(a_1 + 2a_2) \cdot {d_p}^3}{12} = 207360 \cdot kN \cdot m^2$$

$$EI_S := E \cdot \frac{d_s \cdot {b_s}^3}{12} = 56000 \cdot kN \cdot m^2$$

Dimensionen herausrechnen: $EI_R := \frac{EI_R}{kN \cdot m^2}$ $\quad EI_S := \frac{EI_S}{kN \cdot m^2}$ $\quad k_F := k_F \cdot \frac{m}{kN} = 200$

2.2.1 Versteifungskräfte (Elementsteifigkeitsmatrizen)

Der Freiheitsgrad q_1 hat keinen Einfluß auf die Versteifungskräfte aus den restlichen Freiheitsgraden (Die Normalkraft ist entkoppelt.)

$$k_{1.1} := \frac{3 \cdot (4EI_S)}{\left(\frac{h_1}{m}\right)^3} = 1.44 \times 10^4$$

Elementsteifigkeitsmatrix für Stab 1

$L_1 := 2.20$

$$K_1 := 3 \cdot EI_R \cdot \begin{pmatrix} \frac{1}{{L_1}^3} & \frac{-1}{{L_1}^3} & \frac{-1}{{L_1}^2} \\ \frac{-1}{{L_1}^3} & \frac{1}{{L_1}^3} & \frac{1}{{L_1}^2} \\ \frac{-1}{{L_1}^2} & \frac{1}{{L_1}^2} & \frac{1}{L_1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5.842 \times 10^4 & -5.842 \times 10^4 & -1.285 \times 10^5 \\ -5.842 \times 10^4 & 5.842 \times 10^4 & 1.285 \times 10^5 \\ -1.285 \times 10^5 & 1.285 \times 10^5 & 2.828 \times 10^5 \end{pmatrix}$$

Elementsteifigkeitsmatrix für Stab 2

$L_2 := 1.40$

$$K_2 := EI_R \cdot \begin{pmatrix} \frac{12}{L_2^3} & \frac{-6}{L_2^2} & \frac{-12}{L_2^3} & \frac{-6}{L_2^2} \\ \frac{-6}{L_2^2} & \frac{4}{L_2} & \frac{6}{L_2^2} & \frac{2}{L_2} \\ \frac{-12}{L_2^3} & \frac{6}{L_2^2} & \frac{12}{L_2^3} & \frac{6}{L_2^2} \\ \frac{-6}{L_2^2} & \frac{2}{L_2} & \frac{6}{L_2^2} & \frac{4}{L_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9.068 \times 10^5 & -6.348 \times 10^5 & -9.068 \times 10^5 & -6.348 \times 10^5 \\ -6.348 \times 10^5 & 5.925 \times 10^5 & 6.348 \times 10^5 & 2.962 \times 10^5 \\ -9.068 \times 10^5 & 6.348 \times 10^5 & 9.068 \times 10^5 & 6.348 \times 10^5 \\ -6.348 \times 10^5 & 2.962 \times 10^5 & 6.348 \times 10^5 & 5.925 \times 10^5 \end{pmatrix}$$

Elementsteifigkeitsmatrix für Stab 3

$L_3 := 1.40$

$$K_3 := 3 \cdot EI_R \cdot \begin{pmatrix} \frac{1}{L_3^3} & \frac{-1}{L_3^2} & \frac{-1}{L_3^3} \\ \frac{-1}{L_3^2} & \frac{1}{L_3} & \frac{1}{L_3^2} \\ \frac{-1}{L_3^3} & \frac{1}{L_3^2} & \frac{1}{L_3^3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2.267 \times 10^5 & -3.174 \times 10^5 & -2.267 \times 10^5 \\ -3.174 \times 10^5 & 4.443 \times 10^5 & 3.174 \times 10^5 \\ -2.267 \times 10^5 & 3.174 \times 10^5 & 2.267 \times 10^5 \end{pmatrix}$$

2.2.2 Topologiematrizen

$$a_0 := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

<u>Anmerkung:</u> a_0 berücksichtigt den horizontalen Freiheitsgrad q_1 für die Stützenkopfverschiebung

$$a_1 := \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad a_2 := \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$a_3 := \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$a_{F\_l} := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad a_{F\_r} := \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

<u>Anmerkung:</u> a_{F_l} und a_{F_r} berücksichtigen die Anteile der Wegfedern

2.2.3 Zusammenbau

$$K := a_0^T \cdot k_{1.1} \cdot a_0 + a_1^T \cdot K_1 \cdot a_1 + a_2^T \cdot K_2 \cdot a_2 + a_3^T \cdot K_3 \cdot a_3 + a_{F\_l}^T \cdot k_F \cdot a_{F\_l} + a_{F\_r}^T \cdot k_F \cdot a_{F\_r}$$

$$K = \begin{pmatrix} 14603 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 58422 & -58422 & -128529 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -58422 & 965244 & -506247 & -906822 & -634776 & 0 \\ 0 & -128529 & -506247 & 875221 & 634776 & 296229 & 0 \\ 0 & 0 & -906822 & 634776 & 1133528 & 317388 & -226706 \\ 0 & 0 & -634776 & 296229 & 317388 & 1036800 & 317388 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -226706 & 317388 & 226906 \end{pmatrix}$$

Überprüfung der Symmetrie:

$$K - K^T = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$|K| = -3.024 \times 10^{18}$$

$$\text{eigenwerte}(K) = \begin{pmatrix} 2.709 \times 10^{6} \\ 1.001 \times 10^{6} \\ 5.045 \times 10^{5} \\ 8.139 \times 10^{4} \\ 117.589 \\ -1.197 \times 10^{-10} \\ 1.46 \times 10^{4} \end{pmatrix}$$

Negative Determinante ?!?
Ein negativer Eigenwert ?

2.3 Aufbau der Massenmatrix