

Folgendes Problem:

Es soll die Dichteänderung für unterschiedliche Lastfälle simuliert werden.

Formelmäßig sieht es folgendermaßen aus:

Die Dichteänderung:

$$\dot{\rho} = \begin{cases} A(S - k(1 + s))^2, & S \geq k(1 + s) \\ 0, & k(1 - s) < S < k(1 + s) \\ A(S - k(1 - s))^3, & S \leq k(1 - s) \end{cases}$$

Der Parameter A wird mit $A = 0,02 \frac{\mu m}{day}$ angenommen.

k ist ein Referenzwert. Für diesen gilt $k = 0,0025 \frac{J}{g}$.

s steht für die dead zone. Diese gibt an, dass in einem bestimmten Bereich um den Referenzwert kein Umbauprozess (Dichteänderung) stattfindet. s wird mit $\pm 35\%$ angenommen. $s = 0,35$.

Es ergibt sich also:

$$\dot{\rho} = \begin{cases} 0,02 \frac{\mu m}{day} \left(S - 3,375 \cdot 10^{-3} \frac{J}{g} \right)^2, & S \geq 3,375 \cdot 10^{-3} \frac{J}{g} \\ 0, & 1,625 \cdot 10^{-3} \frac{J}{g} < S < 3,375 \cdot 10^{-3} \frac{J}{g} \\ 0,02 \frac{\mu m}{day} \left(S - 1,625 \cdot 10^{-3} \frac{J}{g} \right)^3, & S \leq 1,625 \cdot 10^{-3} \frac{J}{g} \end{cases}$$

S ist der mechanische Stimulus, die treibende Kraft hinter dem Umbauprozess (Dichteänderung).

Es ist ein gemittelter Wert über eine Anzahl Lastfälle n (im Folgenden erstmal $n = 500$).

Für diesen gilt:

$$S = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{U_i}{\rho} \right)$$

Mit U_i :

$$U_i = \frac{1}{2} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij}$$

σ_{ij} ist die auftretende Spannung aufgrund einer wirkenden Kraft auf die Knochenoberfläche.

ε_{ij} ist die Verzerrung. Hier wäre anzunehmen, dass wir eine konstante Belastung haben und die wirkende Kraft damit auch durchgehend konstant bleibt und U_i somit auch.

Und ρ :

$$0 \frac{g}{cm^3} < \rho < 1,74 \frac{g}{cm^3}$$

Für das E-Modul gilt:

$$E = 3790\rho^3$$

$$0 \text{ MPa} < E < 20000 \text{ MPa}$$

D.h. im ersten Schritt gehe ich mit meinem mechanischen Stimulus für den 1 Lastfall und berechne für diesen die Dichte. Mit der geänderten Dichte also $\rho_{n+1} = \rho_0 + \Delta\rho$. Mit dieser neuen Dichte trete ich nun in den nächsten Lastfall und so weiter bis alle $n = 500$ Lastfälle durchlaufen sind und sich für diesen eine bestimmte Dichte eingestellt hat.

Das Materialverhalten des kortikalen Knochens wird als isotrop angenommen. Für die Dichte ρ nehmen wir die Dichte der Kortikalis an. Der E-Modul des Materials liegt dann bei etwa 20000 MPa