Berechnung - Motorheber

$° := \text{Grad}$

$L_g := 1700\text{mm}$

$L_1 := 1450\text{mm}$

$L_2 := 400\text{mm}$

$L_3 := 400\text{mm}$

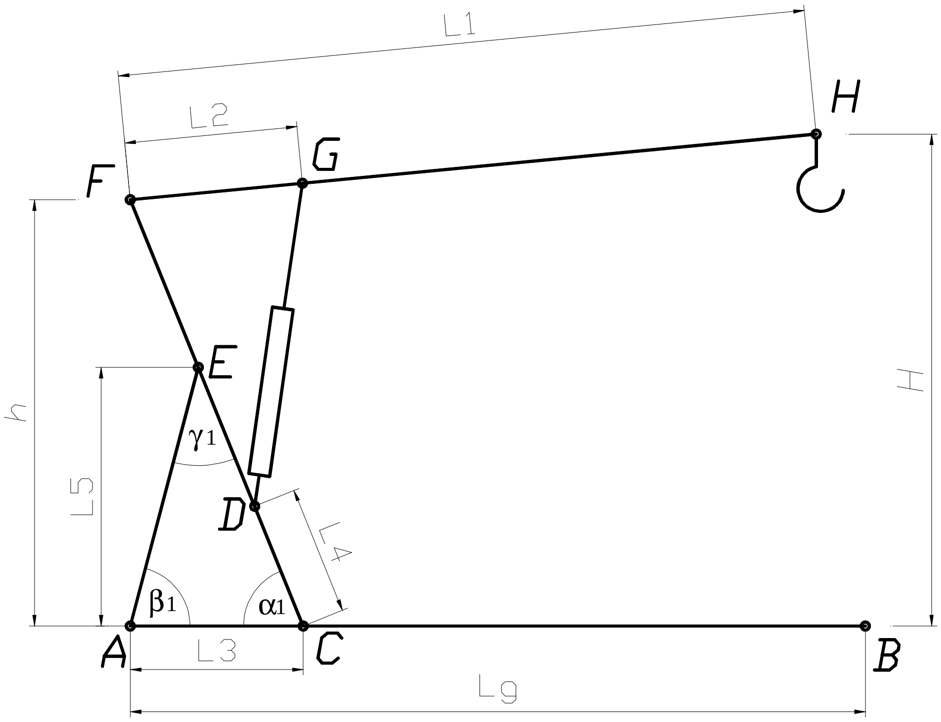
$L_4 := 400\text{mm}$

$L_5 := 600\text{mm}$

$h := 990\text{mm}$

$\alpha_1 := 68°$

$m_L := 1200\text{kg}$



$Hub := 500\text{mm}$

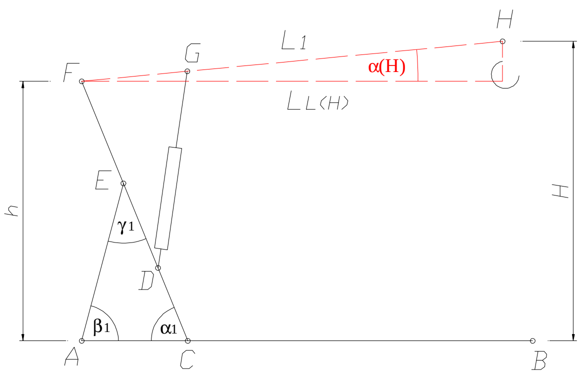
$H := h, h + 20\text{mm} .. h + Hub$ Hubhöhe H

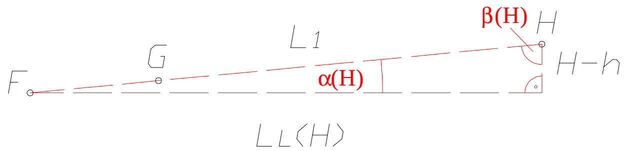
Auflagerberechnung für Rollen:

$F_L := m_L \cdot g$ $F_L = 11767.98\,\text{N}$ Gewichtskraft Last

Punkt A und F liegen übereinander und haben stets den selben Horizontalabstand zur Last.
Da der Abstand zum Drehpunkt F stets mit der Hubhöhe H variiert, wird folgende Funktion verwendet.

Relativabstand zu Drehpunkt F:





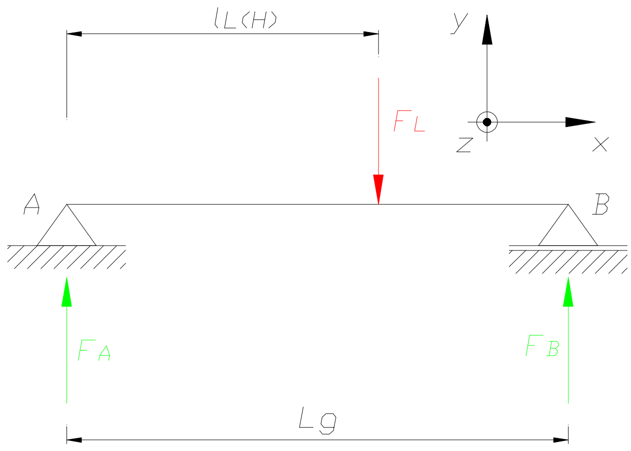
$° := \text{Grad}$

$L_L(H) := \sqrt{{L_1}^2 - (H - h)^2}$ Relativabstand $L_L(H)$ nach Lagerstelle F

$\alpha(H) := \text{asin}\left[\frac{(H - h)}{L_1}\right]$ Neigungswinkel des Lastarms zur Horizontalen

$\beta(H) := 90° - \alpha(H)$ Neigungswinkel der Lastkraft zum Lastarm

Da es sich bei dem System und ein symmetrisches System bezüglich der z-Achse handelt, wird folgende Vereinfachung vorgenommen. Anstatt mit Vektorrechnung die Auflagerkräfte zu ermitteln, wird ein ebenes Kräftesystem angenommen und die Auflagerkräfte in z-Richtung aufgeteilt.
Rechnung wie zwei Rollen aufgeteilt auf vier!!



Gleichgewichtsbedingungen

$\Sigma F_{iy} = 0$ $\qquad$ $F_A(H) + F_B(H) = F_L$

$\Sigma M_A = 0$ $\qquad$ $F_B(H) \cdot L_g = L_L(H) \cdot F_L$

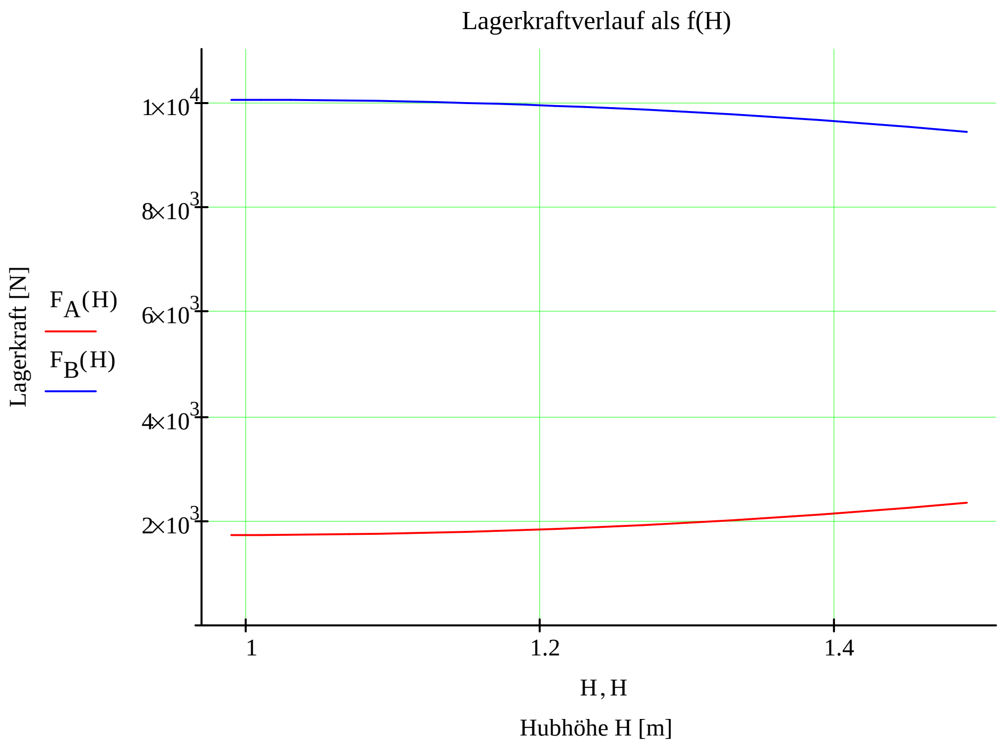
$$F_B(H) := \frac{F_L \cdot L_L(H)}{L_g}$$

Lagerkraft F_B als Funktion der Hubhöhe H

$$F_A(H) := F_L - F_B(H)$$

Lagerkraft F_A als Funktion der Hubhöhe H

<u>Lagerkräfteverlauf in Abhängigkeit der Hubhöhe H :</u>



$F_{Amax} := F_A(1490mm)$ $\qquad$ $F_{Amax} = 2346.218\,N$ $\qquad$ bei H = 1490mm

$F_{Amin} := F_A(990mm)$ $\qquad$ $F_{Amin} = 1730.585\,N$ $\qquad$ bei H = 990mm

$F_{Bmax} := F_B(990mm)$ $\qquad$ $F_{Bmax} = 10037.395\,N$ $\qquad$ bei H = 990mm

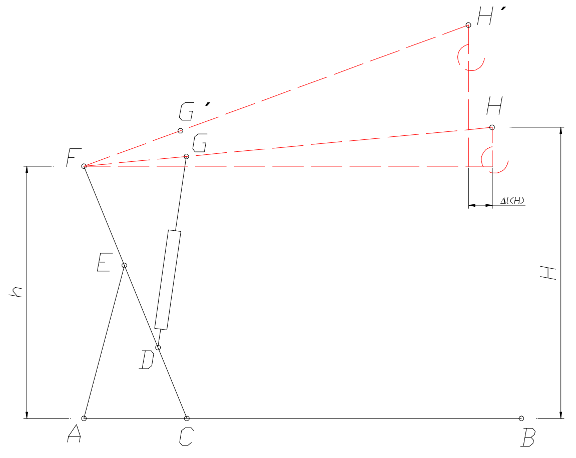
$F_{Bmin} := F_B(1450mm)$ $\qquad$ $F_{Bmin} = 9518.911\,N$ $\qquad$ bei H = 1490mm

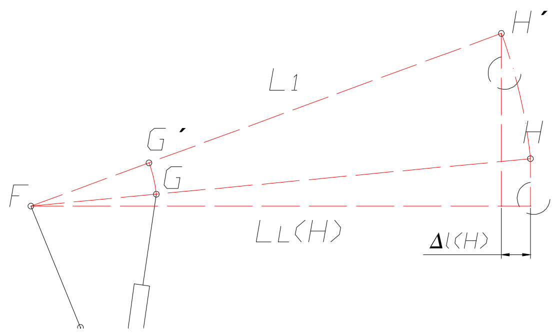
Standsicherheit :

Da sich die Last immer zwischen Vorder- und Hinterrolle befindet, kann Standsicherheit niemals <1 sein !!
Im Umkehrschluss bedeutet dies, dass der Motorheber stets standsicher steht!!

Errechnen der Abstände und Winkel am Motorheber in Abhängigkeit der Hubhöhe H

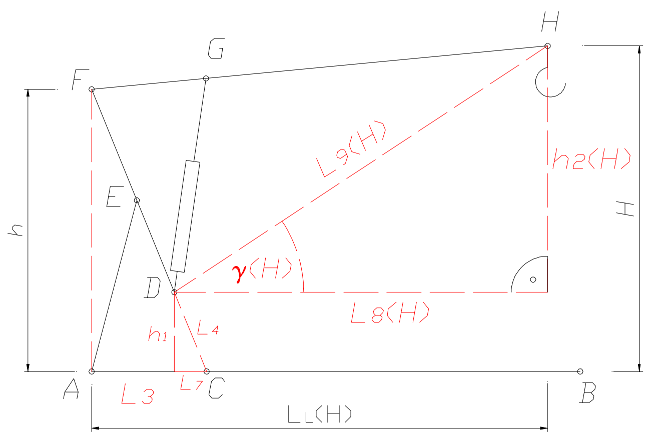
Längendifferenz Δl(H) zu Drehpunkt F in Abhängigkeit von H:





$\Delta l(H) := L_1 - L_L(H)$ Längendifferenz zu Drehpunkt F in Abhängigkeit von H

Relativabstände zu Punkt D:



Hilfslängen:

$FC := \sqrt{h^2 + L_3^2}$ $FC = 1067.755\,mm$

$\frac{FC}{L_4} = \frac{h}{h_1}$ Strahlensatz Δ ACF

$h_1 := h \cdot \frac{L_4}{FC}$ $h_1 = 370.872\,mm$

$L_7 := \sqrt{L_4^2 - h_1^2}$ $L_7 = 149.847\,mm$

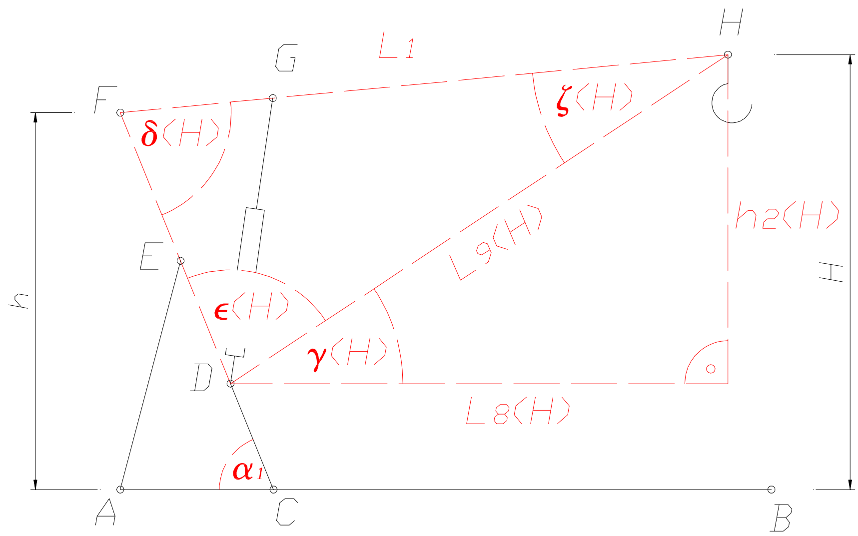
$L_8(H) := L_L(H) - L_3 + L_7$ Relativabstand horizontal D nach H

$h_2(H) := H - h_1$ Relativabstand vertikal D nach H

$L_9(H) := \sqrt{L_8(H)^2 + h_2(H)^2}$ Relativabstand D nach H

$\gamma(H) := \operatorname{atan}\left(\frac{h_2(H)}{L_8(H)}\right)$ Relativwinkel γ(H)

Winkel im Dreieck DFH:



$\varepsilon(H) := 180° - \left(\alpha_1 + \gamma(H)\right)$ — Winkel ε in Abhängigkeit der Hubhöhe H

$$\frac{L_1}{\sin(\varepsilon(H))} = \frac{L_9(H)}{\sin(\delta(H))} = \frac{FD}{\sin(\zeta(H))}$$

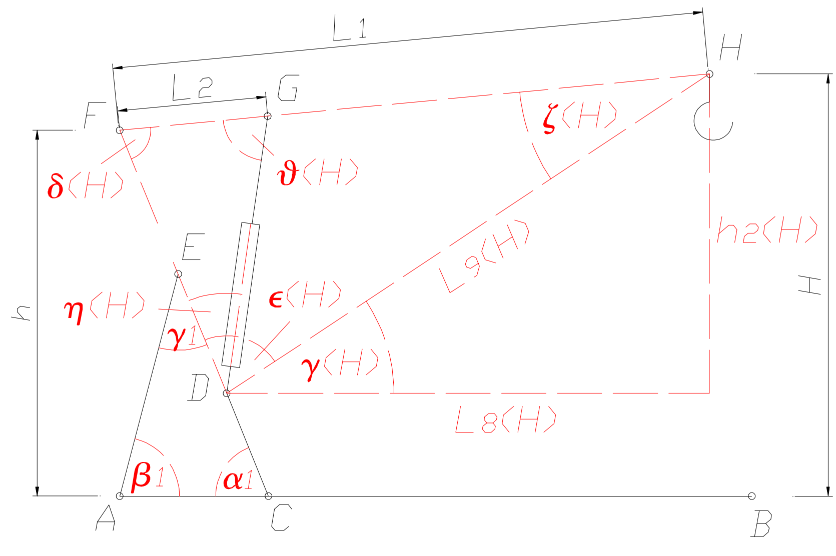
Sinussatz im ΔDFH

$$\delta(H) := \operatorname{asin}\left(L_9(H)\cdot\frac{\sin(\varepsilon(H))}{L_1}\right)$$

Winkel δ in Abhängigkeit der Hubhöhe H

$\zeta(H) := (180° - \varepsilon(H)) - \delta(H)$ — Winkel ζ in Abhängigkeit der Hubhöhe H

Winkel im Dreieck DFG:



$GH := L_1 - L_2$

$FD := FC - L_4$

$$DG(H)^2 = GH^2 + L_9(H)^2 - 2\cdot GH\cdot L_9(H)\cdot\cos(\zeta(H))$$

Cosinussatz im ΔDGH

$$DG(H) := \sqrt{GH^2 + L_9(H)^2 - 2\cdot GH\cdot L_9(H)\cdot(\cos(\zeta(H)))}$$

Zylinderlänge DG(H)

$$\frac{L_2}{\sin(\eta(H))} = \frac{GD(H)}{\sin(\delta(H))} = \frac{FD}{\sin(\theta(H))}$$

Sinussatz im ΔDFG

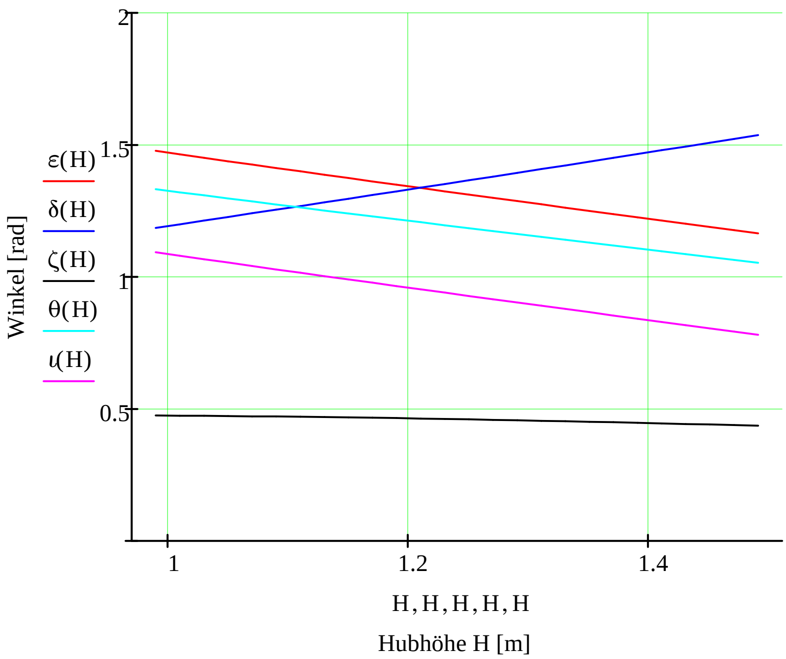
$$\theta(H) := \operatorname{asin}\left(FD\cdot\frac{\sin(\delta(H))}{DG(H)}\right)$$

Winkel θ(H) in Abhängigkeit der Hubhöhe H

$\iota(H) := 90° - \gamma(H)$ — Lastwinkel ι(H)

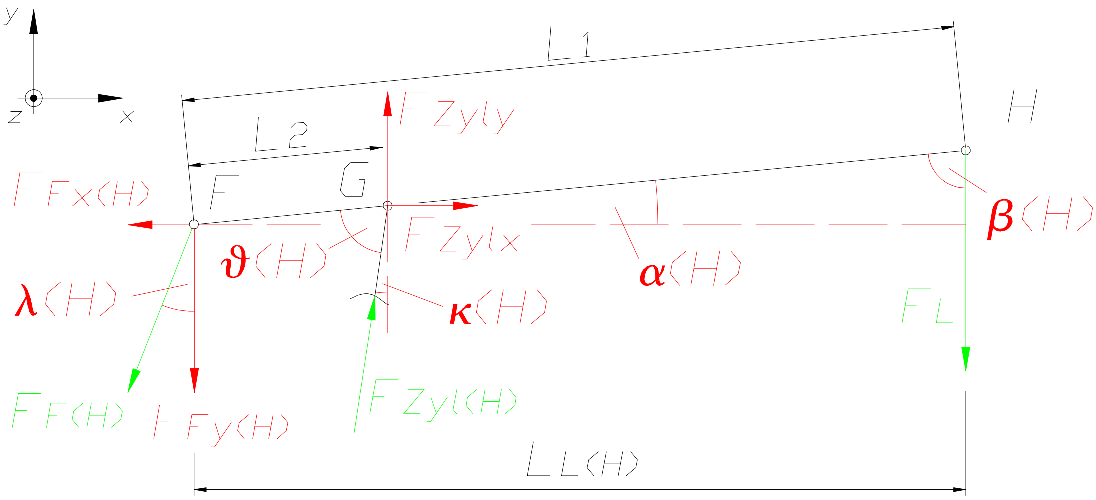
Winkelverlauf in Abhängigkeit der Hubhöhe H

$° := \text{Grad}$



H = (mm)	θ(H) = (°)	ε(H) = (°)	δ(H) = (°)	ζ(H) = (°)
990	76.388	84.706	67.999	27.295
1010	75.717	83.954	68.789	27.256
1030	75.051	83.207	69.58	27.213
1050	74.388	82.464	70.371	27.165
1070	73.729	81.726	71.162	27.113
1090	73.074	80.991	71.954	27.056
1110	72.423	80.26	72.746	26.994
1130	71.775	79.532	73.54	26.928
1150	71.13	78.808	74.334	26.858
1170	70.487	78.087	75.13	26.784
1190	69.847	77.368	75.927	26.705
1210	69.21	76.652	76.725	26.622
1230	68.574	75.939	77.526	26.535
1250	67.941	75.228	78.328	26.444
1270	67.309	74.519	79.132	26.349
1290	66.679	73.811	79.939	26.25
1310	66.051	73.105	80.748	26.147
1330	65.423	72.401	81.559	26.04
1350	64.796	71.698	82.373	25.929
1370	64.17	70.995	83.19	25.815
1390	63.545	70.293	84.01	25.696
1410	62.919	69.592	84.834	25.574
1430	62.294	68.892	85.661	25.448
1450	61.667	68.191	86.491	25.318
1470	61.039	67.49	87.325	25.185
1490	60.408	66.789	88.161	25.05

Berechnung Lastarm:



$\kappa(H) := 180° - (\alpha(H) + \theta(H) + 90°)$ Winkel Zylinderstange zur y-Achse

Am Lastarm gelten folgende Gleichgewichtsbedingungen:

$\Sigma F_{ix} = 0 \qquad F_{Zyl}(H)\cdot\sin(\kappa(H)) = F_{Fx}(H)$

$\Sigma F_{iy} = 0 \qquad F_{Zyl}(H)\cdot\cos(\kappa(H)) = F_{Fy}(H) + F_L$

$\Sigma M_F = 0 \qquad F_{Zyl}(H)\cdot\cos(\kappa(H))\cdot L_2\cdot\cos(\alpha(H)) = F_{zyl}(H)\cdot\sin(\kappa(H))\cdot L_2\cdot\sin(\alpha(H)) + F_L\cdot L_L(H)$

Somit ergibt sich:

$$F_{Zyl}(H) := \frac{F_L\cdot L_L(H)}{\cos(\kappa(H))\cdot L_2\cdot\cos(\alpha(H)) - \sin(\kappa(H))\cdot L_2\cdot\sin(\alpha(H))}$$

Zylinderkraft F_{Zyl} in Abhängigkeit der Hubhöhe H

$F_{Fy}(H) := F_{Zyl}(H)\cdot\cos(\kappa(H)) - F_L$ y-Komponente der Lagerkraft $F_F(H)$

$F_{Fx}(H) := F_{Zyl}(H)\cdot\sin(\kappa(H))$ x-Komponente der Lagerkraft $F_F(H)$

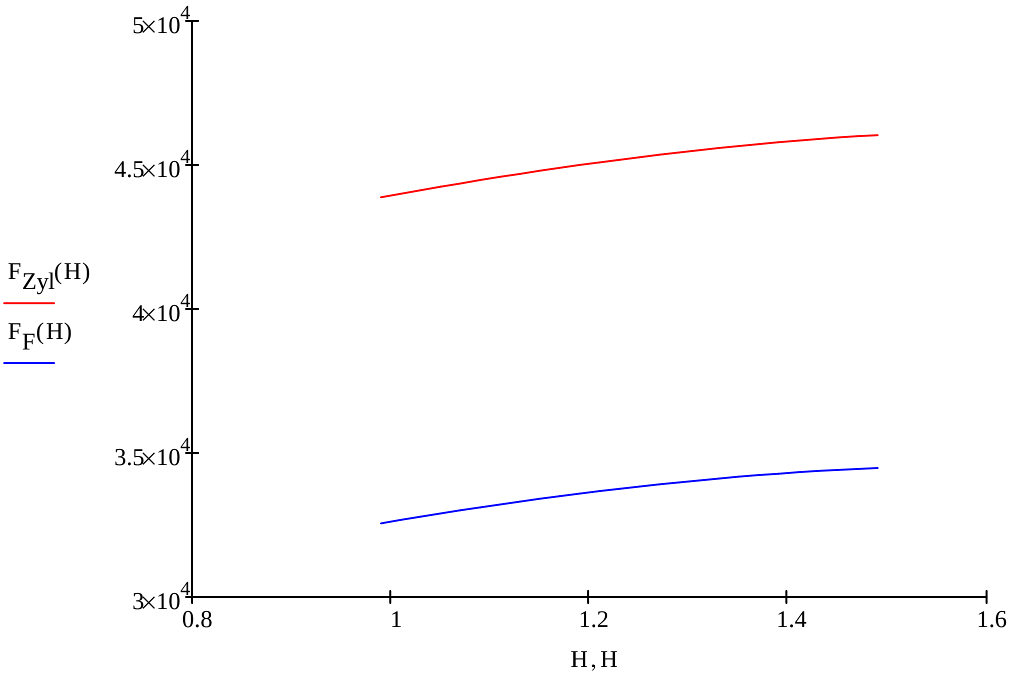
$F_F(H) := \sqrt{F_{Fx}(H)^2 + F_{Fy}(H)^2}$ Lagerkraft $F_F(H)$

$$\lambda(H) := \operatorname{atan}\left(\frac{F_{Fx}(H)}{F_{Fy}(H)}\right)$$

Winkel λ der Lagerkraft $F_F(H)$ zur y-Achse

Wertetabellen für

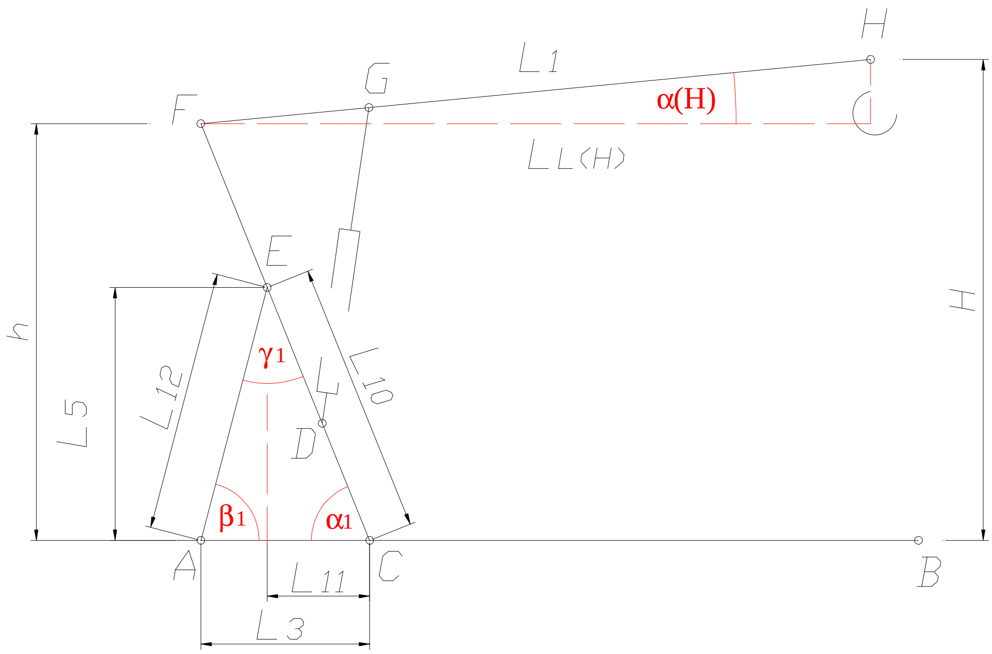
$H =$		$F_{Zyl}(H) =$		$F_F(H) =$		$\kappa(H) =$		$\lambda(H) =$		$\theta(H) =$	
990	mm	43891.691	N	32572.18	N	13.612	°	18.489	°	76.388	°
1010		44015.371		32687.69		13.492		18.311		75.717	
1030		44136.538		32800.49		13.369		18.127		75.051	
1050		44255.12		32910.52		13.24		17.938		74.388	
1070		44371.044		33017.71		13.108		17.744		73.729	
1090		44484.238		33122.02		12.971		17.545		73.074	
1110		44594.628		33223.38		12.83		17.341		72.423	
1130		44702.138		33321.72		12.685		17.132		71.775	
1150		44806.692		33416.98		12.535		16.919		71.13	
1170		44908.212		33509.1		12.382		16.701		70.487	
1190		45006.616		33598.01		12.225		16.478		69.847	
1210		45101.822		33683.62		12.063		16.251		69.21	
1230		45193.744		33765.88		11.898		16.019		68.574	
1250		45282.295		33844.7		11.729		15.783		67.941	
1270		45367.383		33920		11.557		15.542		67.309	
1290		45448.913		33991.7		11.38		15.297		66.679	
1310		45526.79		34059.71		11.2		15.048		66.051	
1330		45600.911		34123.93		11.016		14.794		65.423	
1350		45671.175		34184.29		10.828		14.536		64.796	
1370		45737.479		34240.68		10.637		14.274		64.17	
1390		45799.719		34293.02		10.442		14.008		63.545	
1410		45857.802		34341.22		10.244		13.737		62.919	
1430		45911.655		34385.22		10.042		13.463		62.294	
1450		45961.258		34425.03		9.837		13.185		61.667	
1470		46006.744		34460.82		9.629		12.903		61.039	
1490		46048.763		34493.31		9.42		12.621		60.408	



Berechnung der Lagerkräfte F_C und F_E an der Hauptstrebe:

Um die Berechnung fortführen zu können müssen die Festwinkel β_1 und γ_1 bekannt sein!!

Es gilt:



$L_{10} := \dfrac{L_5}{\sin(\alpha_1)}$ $\quad L_{10} = 647.121\,\mathrm{mm}$ $\quad$ Hilfslänge L_{10} von Punkt C nach Punkt E

$L_{11} := \dfrac{L_5}{\tan(\alpha_1)}$ $\quad L_{11} = 242.416\,\mathrm{mm}$ $\quad$ Hilfslänge L_{11}

Es gilt der Cosinussatz: $L_{12}^2 = L_{10}^2 + L_3^2 - 2 \cdot L_{10} \cdot L_3 \cdot \cos(\alpha_1)$

$L_{12} := \sqrt{L_{10}^2 + L_3^2 - 2 \cdot L_{10} \cdot L_3 \cdot \cos(\alpha_1)}$ $\quad$ Hilfslänge L_{12} von Punkt A nach Punkt E

Es gilt der Sinussatz: $\dfrac{L_3}{\sin(\gamma_1)} = \dfrac{L_{12}}{\sin(\alpha_1)}$

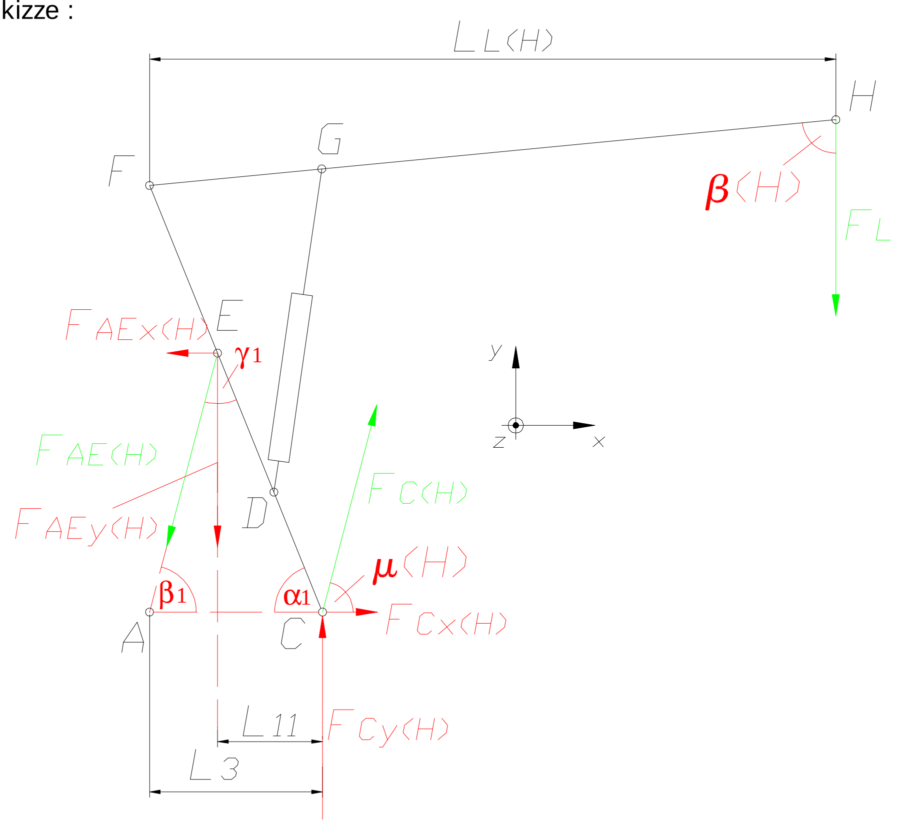
$\gamma_1 := \mathrm{asin}\left(\dfrac{L_3 \cdot \sin(\alpha_1)}{L_{12}}\right)$ $\quad \gamma_1 = 36.716\,°$ $\quad$ Festwinkel γ_1

Somit gilt für den Festwinkel β_1:

$\beta_1 := 180° - (\alpha_1 + \gamma_1)$ $\quad \beta_1 = 75.284\,°$ $\quad$ Festwinkel β_1

Probe: $\quad \alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 = 180\,°$

Freigemachte Skizze :



An der Hauptstrebe gelten folgende Gleichgewichtsbedingungen:

$$\Sigma F_{ix} = 0 \qquad F_{AE} \cdot \cos(\beta_1) = F_{Cx}(H)$$

$$\Sigma F_{iy} = 0 \qquad F_{Cy}(H) = F_{AE}(H) \cdot \sin(\beta_1) + F_L$$

$$\Sigma M_C = 0 \qquad F_{AE}(H) \cdot \cos(\beta_1) \cdot L_5 + F_{AE}(H) \cdot \sin(\beta_1) \cdot L_{11} = F_L \cdot (L_L(H) - L_3)$$

Somit wird :

$$F_{AE}(H) := \frac{F_L \cdot (L_L(H) - L_3)}{\cos(\beta_1) \cdot L_5 + \sin(\beta_1) \cdot L_3}$$

Resultierende Zug-Kraft an der Hauptstrebe

$$F_{Cx}(H) := F_{AE}(H) \cdot \cos(\beta_1)$$

x-Komponente der Lagerkraft F_C

$$F_{Cy}(H) := F_{AE}(H) \cdot \sin(\beta_1) + F_L$$

y-Komponente der Lagerkraft F_C

$$F_C(H) := \sqrt{F_{Cx}(H)^2 + F_{Cy}(H)^2}$$

Lagerkraft F_C

$$\mu(H) := \operatorname{atan}\left(\frac{F_{Cy}(H)}{F_{Cx}(H)}\right)$$

Winkel μ der Lagerkraft F_C zur y-Achse

Wertetabelle:

H = (mm)	$F_{AE}(H) =$ (N)	$F_C(H) =$ (N)	$\mu(H) =$ (°)
990	22912.13	34424.137	80.266
1010	22909.12	34421.138	80.266
1030	22900.09	34412.141	80.268
1050	22885.03	34397.139	80.27
1070	22863.94	34376.125	80.273
1090	22836.8	34349.087	80.277
1110	22803.59	34316.009	80.282
1130	22764.31	34276.872	80.287
1150	22718.91	34231.653	80.294
1170	22667.39	34180.327	80.302
1190	22609.71	34122.863	80.31
1210	22545.83	34059.228	80.319
1230	22475.71	33989.385	80.33
1250	22399.32	33913.29	80.341
1270	22316.61	33830.9	80.354
1290	22227.52	33742.163	80.367
1310	22132	33647.025	80.381
1330	22030	33545.426	80.397
1350	21921.45	33437.304	80.413
1370	21806.27	33322.588	80.431
1390	21684.39	33201.204	80.45
1410	21555.73	33073.073	80.47
1430	21420.21	32938.109	80.491
1450	21277.73	32796.219	80.514
1470	21128.19	32647.306	80.538
1490	20971.49	32491.264	80.563

Überprüfung mittels Vektorrechnung:
Wenn Kräftegleichgewicht muss Nullvektor als Summe der Kräftevektoren entstehen!!

Einheitsvektoren

$$f_C := \begin{pmatrix} \cos(\mu(1450mm)) \\ \sin(\mu(1450mm)) \\ 0 \end{pmatrix} \qquad f_{AE} := \begin{pmatrix} -\cos(\beta_1) \\ -\sin(\beta_1) \\ 0 \end{pmatrix} \qquad f_L := \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$F_{CVektor} := F_C(1450mm)\cdot f_C \qquad F_{AEVektor} := F_{AE}(1450mm)\cdot f_{AE} \qquad F_{LVektor} := F_L\cdot f_L$$

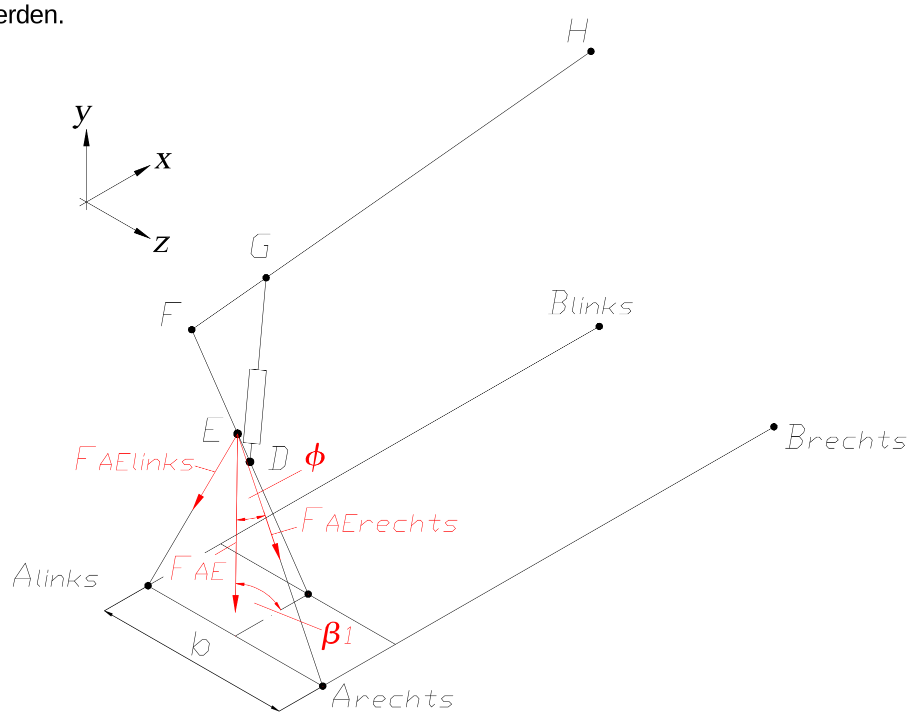
$$F_{CVektor} = \begin{pmatrix} 5405.08 \\ 32347.752 \\ 0 \end{pmatrix} N \qquad F_{AEVektor} = \begin{pmatrix} -5405.08 \\ -20579.772 \\ 0 \end{pmatrix} N \qquad F_{LVektor} = \begin{pmatrix} 0 \\ -11767.98 \\ 0 \end{pmatrix} N$$

$$F_{CVektor} + F_{AEVektor} + F_{LVektor} = \begin{pmatrix} -0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} N$$

Passt!!!

Ermitteln der Zugstrebenkraft F_{AEzug}:

Die beiden Zugstreben sind Betragsgleich, haben jedoch unterschiedliche Orientierung.
Daher kann Zentrales Kräftesystem angenommen werden und mit Hilfe von Ortsvektoren der Betrag der Zugkraft ermittelt werden.



$b := 600mm$ — Standbreite des Hebers

Es gilt:

$$F_{AElinks} := \begin{pmatrix} \frac{-L_5}{\tan(\beta_1)} \\ -L_5 \\ \frac{-b}{2} \end{pmatrix}$$ Ortsvektor von A_{links} nach E

$$F_{AErechts} := \begin{pmatrix} \frac{-L_5}{\tan(\beta_1)} \\ -L_5 \\ \frac{b}{2} \end{pmatrix}$$ Ortsvektor von A_{rechts} nach E

$$f_{AElinks} := \frac{F_{AElinks}}{\left|F_{AElinks}\right|} \qquad f_{AElinks} = \begin{pmatrix} -0.229 \\ -0.871 \\ -0.435 \end{pmatrix}$$ Einheitsvektor $f_{AElinks}$

$$f_{AErechts} := \frac{F_{AErechts}}{\left|F_{AErechts}\right|} \qquad f_{AErechts} = \begin{pmatrix} -0.229 \\ -0.871 \\ 0.435 \end{pmatrix}$$ Einheitsvektor $f_{AErechts}$

$$\phi := \operatorname{atan}\left[\frac{\left(\frac{b}{2}\right)}{\left(\frac{L_5}{\sin(\beta_1)}\right)}\right]$$ $\phi = 25.808°$ Wirklicher Halbwinkel ϕ

$$F_{zug1} := \frac{F_{AE}(1450mm)}{2 \cdot \cos(\phi)}$$ $F_{zug1} = 11817.611\,N$ Zugstangenkraft F in den beiden Zugstangen, von Punkt A nach E

Probe: Wenn Rechnung richtig, muss resultierender Vektor gleich dem negativen Vektor $F_{AEVektor}$ sein!!

$$F_{AEresultierend} := f_{AElinks} \cdot F_{zug1} + f_{AErechts} \cdot F_{zug1}$$ Resultierender Vektor aus beiden Stangenkräften F_{zug1}

$$F_{AEresultierend} = \begin{pmatrix} -5405.08 \\ -20579.772 \\ 0 \end{pmatrix} N \qquad F_{AEresultierend} - F_{AEVektor} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} N$$ Passt!!

Dimensionierung Zugstrebe:

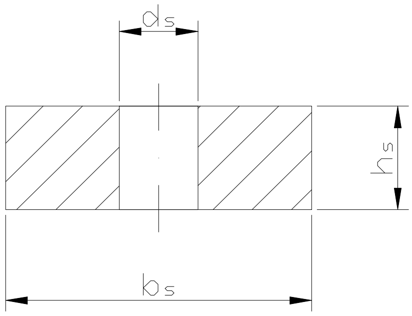
Gewählt wird Werkstoff S275JR Flachstahl 35x12mm, zur Einleitung der Kräfte in den Zugstab wird eine Passschraube M8 verwendet!!

$$Re_{S275} := 275 \frac{N}{mm^2}$$ R_e des Werkstoffs

$$\nu_{Gesamt} := 3$$ Gesamtsicherheit

$$\sigma_{Zugzul} := \frac{0.45 \cdot Re_{S275}}{\nu_{Gesamt}}$$ lt. TB.20 Kabus.

$$\sigma_{Zugzul} = 41.25 \frac{N}{mm^2}$$ Zulässige Zugspannung σ_{Zugzul}



$b_s := 35mm$ Breite Flacheisen

$h_s := 12mm$ Höhe Flacheisen

$d_s := 9mm$ Durchmesser Passbohrung

$A_{proj} := h_s \cdot (b_s - d_s)$ Projezierte Fläche für Zugkraft

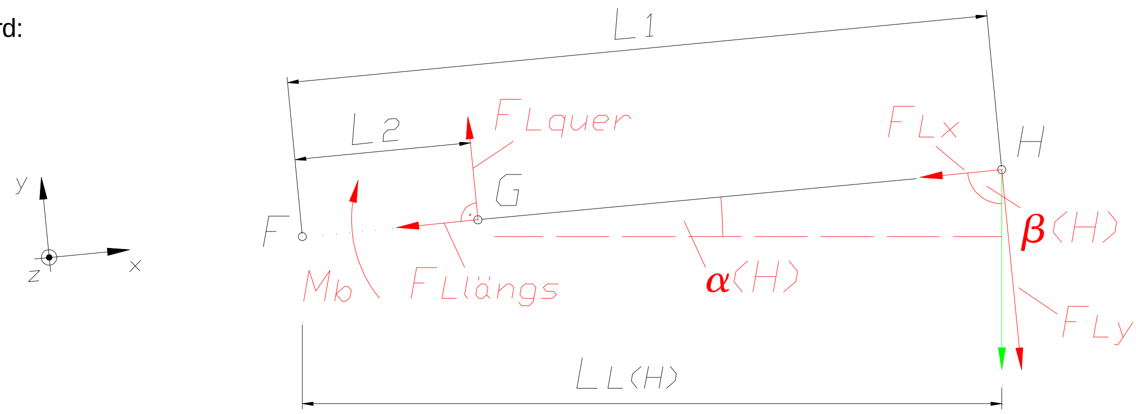
$$\sigma_{Zugstrebe} := \frac{F_{zug1}}{A_{proj}} \qquad \sigma_{Zugstrebe} = 37.877 \frac{N}{mm^2}$$ Auftretende Zugspannung $\sigma_{Zugstrebe}$

$Auswahl := wenn(\sigma_{Zugstrebe} < \sigma_{Zugzul}, \text{"zulässig"}, \text{"nicht zulässig"})$ $Auswahl = \text{"zulässig"}$

Momenten- und Kräfteverlauf des Lastarms

Das maximale Biegemoment tritt dort auf, wo der Querkraftverlauf seinen Nulldurchgang hat!!
Da es sich nur um Einzelkräfte handelt, also bei Lastpunkt G!!

Somit wird:



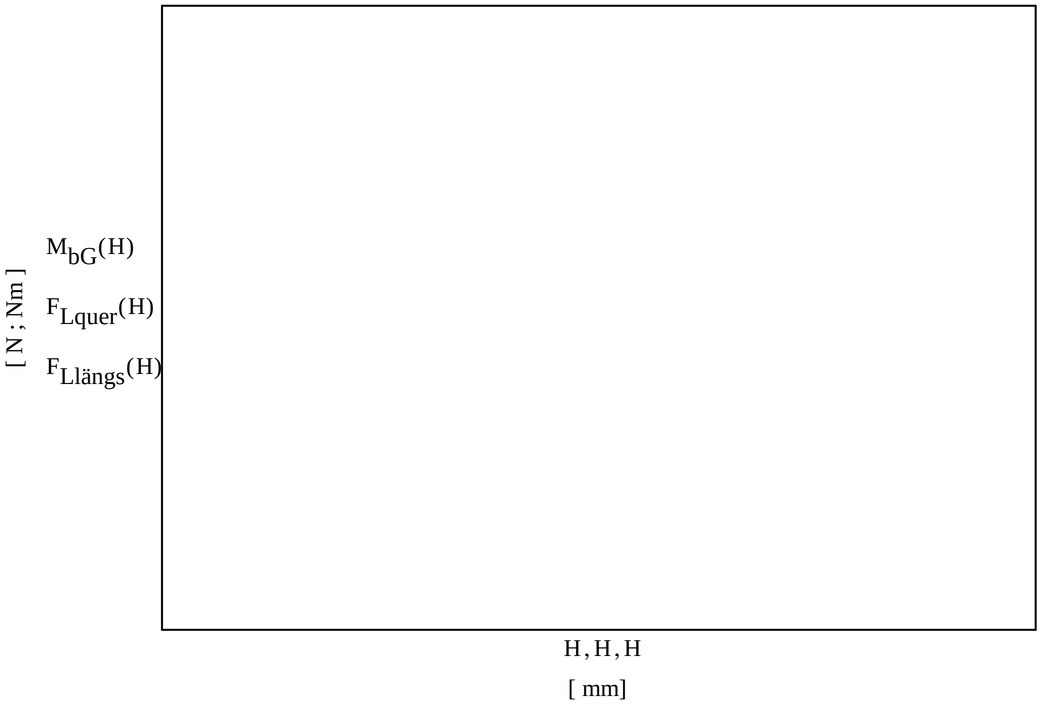
$F_{Lquer}(H) := F_L \cdot \sin(\beta(H))$ Querkraft auf den Lastarm aus der Lastkraft F_L errechnet

$F_{Llängs}(H) := F_L \cdot \cos(\beta(H))$ Längskraft auf den Lastarm aus der Lastkraft F_L errechnet

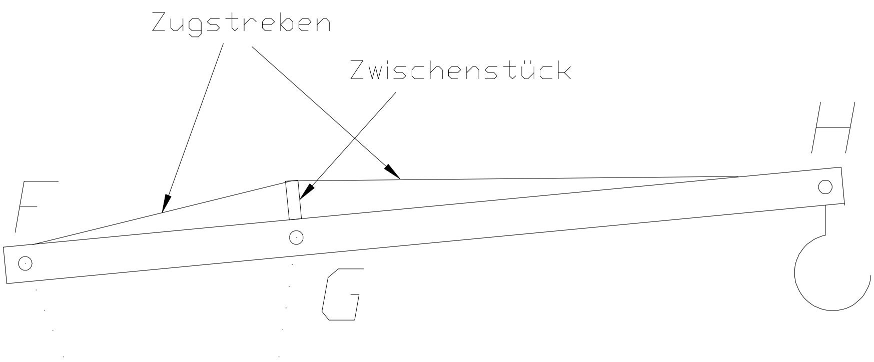
$M_{bG}(H) := F_{Lquer}(H) \cdot (L_1 - L_2)$ Biegemoment in Abhängigkeit der Hubhöhe H

H = (mm)	β(H) = (°)	$F_{Lquer}(H)$ = (N)	$F_{Llängs}(H)$ = (N)	$M_{bG}(H)$ = (N·m)
990	90	11767.98	$7.206 \cdot 10^{-13}$	12356.379
1010	89.21	11766.86	162.317	12355.204
1030	88.419	11763.5	324.634	12351.677
1050	87.628	11757.9	486.951	12345.796
1070	86.837	11750.06	649.268	12337.558
1090	86.045	11739.96	811.585	12326.959
1110	85.253	11727.61	973.902	12313.992
1130	84.459	11713	1136.219	12298.65
1150	83.665	11696.12	1298.536	12280.923
1170	82.869	11676.95	1460.853	12260.802
1190	82.072	11655.5	1623.17	12238.275
1210	81.273	11631.74	1785.487	12213.328
1230	80.473	11605.66	1947.804	12185.946
1250	79.67	11577.25	2110.121	12156.114
1270	78.866	11546.49	2272.438	12123.812
1290	78.059	11513.35	2434.754	12089.022
1310	77.25	11477.83	2597.071	12051.721
1330	76.439	11439.89	2759.388	12011.887
1350	75.624	11399.52	2921.705	11969.493
1370	74.807	11356.68	3084.022	11924.513
1390	73.987	11311.35	3246.339	11876.917
1410	73.163	11263.5	3408.656	11826.674
1430	72.335	11213.1	3570.973	11773.75
1450	71.504	11160.1	3733.29	11718.108
1470	70.668	11104.49	3895.607	11659.71
1490	69.829	11046.2	4057.924	11598.513

Schnittkraftverlauf im Punkt G als Funktion der Hubhöhe H



Auslegung Lastarm:



Um die Ausmaße des verwendeten Trägers möglichst gering zu halten, haben wir links und rechts des Kraftangriffspunktes G, eine Zugstrebe vorsehen. Sie werden durch einen Abstandshalter vom Träger abgehoben und werden durch einen Flachstahl 25x12 verwirklicht.
Werkstoffwahl erfolgt gleich dem Trägerwerkstoff!!

Werkstoff gewählt: S460N

$Re_{S460} := 460\,\frac{N}{mm^2}$ $\quad$ $\sigma_{bsch} := 410\,\frac{N}{mm^2}$ $\quad$ lt.TB. Roloff-Matek (Anhangxxx)

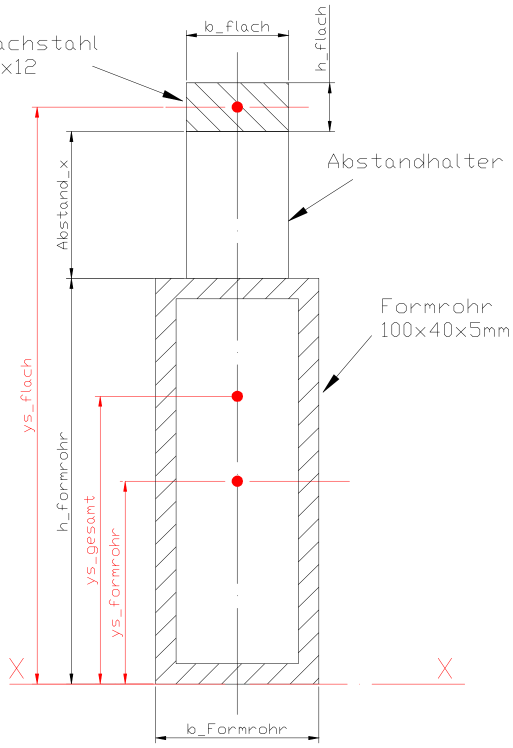
$\sigma_{bzul} := \frac{\sigma_{bsch}}{\nu_{Gesamt}}$ $\quad$ $\sigma_{bzul} = 136.667\,\frac{N}{mm^2}$ $\quad$ zulässige Biegespannung σ_{bzul}

$M_{bGmax} := M_{bG}(990mm)$ $\quad$ $M_{bGmax} = 12356.379\,N\cdot m$ $\quad$ maximal auftretendes Biegemoment

$W_{berf} := \frac{M_{bGmax}}{\sigma_{bzul}}$ $\quad$ $W_{berf} = 90.413\,cm^3$ $\quad$ erforderliches Widerstandsmoment

Berechnung Widerstandsmoment zusammengesetzter Träger für Lastarm

Formrohr 100x40x5mm lt. Europa-TB (siehe Anhangxxx)



$h_{Formrohr} := 100mm$ Höhe Formrohr

$b_{Formrohr} := 40mm$ Breite Formrohr

$I_{Formrohr} := 136cm^4$ Flächenmoment 4.Grades

$A_{Formrohr} := 12.4cm^2$ Querschnittsfläche Formrohr

Für gewählten Flachstahl 25x12mm gilt:

$b_{flach} := 36mm$ Breite Flachstahl

$h_{flach} := 15mm$ Höhe Flachstahl

$$I_{flach} := \frac{b_{flach} \cdot h_{flach}^{3}}{12}$$ $I_{flach} = 1.013\,cm^4$ Flächenmoment 4.Grades für Flachstahl

$$A_{flach} := b_{flach} \cdot h_{flach}$$ $A_{flach} = 540\,mm^2$ Querschnittsfläche Flachstahl

$Abstand_x := 100mm$ gewählter Abstand der Zugstangen vom Profil

Für Gesamtschwerpunktsabstand gilt:

$$y_{sgesamt} = \frac{\Sigma y_i \cdot A_i}{\Sigma A_i}$$

somit gilt:

$$y_{sgesamt} = \frac{y_{sflach} \cdot A_{flach} + y_{sFormrohr} \cdot A_{Formrohr}}{A_{flach} + A_{Formrohr}}$$

$$y_{sgesamt} := \frac{\left(h_{Formrohr} + Abstand_x + \frac{h_{flach}}{2}\right) \cdot \left(b_{flach} \cdot h_{flach}\right) + \frac{h_{Formrohr}}{2} \cdot A_{Formrohr}}{b_{flach} \cdot h_{flach} + A_{Formrohr}}$$

$y_{sgesamt} = 97.781\,mm$ Gesamtschwerpunktsabstand zur unteren Formrohrkante, zu x-x

Flächenwiderstandsmoment 4.Ordnung:

Mithilfe des "Satz von Steiner" wird:

$I_{Formx} := I_{Formrohr} + A_{Formrohr} \cdot \left(\frac{h_{Formrohr}}{2}\right)^2$ Widerstandsmoment Formrohr um X-X

$I_{Flachx} := I_{flach} + b_{flach} \cdot h_{flach} \cdot \left(h_{Formrohr} + Abstand_x + \frac{h_{flach}}{2}\right)^2$ Widerstandsmoment Flachstahl um X-X

Für Gesamtwiderstandsmoment gilt:

$I_{xgesamt} := I_{Formx} + I_{Flachx}$ Flächenwiderstandsmoment bezüglich X-X

daraus folgt:

$I_{ys} + A_{gesamt} \cdot y_{sgesamt} = I_{Formx} + I_{Flachx}$

somit wird:

$I_{ys} := I_{xgesamt} - \left(b_{flach} \cdot h_{flach} + A_{Formrohr}\right) \cdot y_{sgesamt}^{\ 2}$

$I_{ys} = 1070.173\,cm^4$ Flächenwiderstandsmoment bezüglich y_s

$e_1 := y_{sgesamt}$ Randfaserabstand e_1

$e_2 := \left(h_{Formrohr} + Abstand_x + h_{flach}\right) - y_{sgesamt}$ Randfaserabstand e_2

Die Division durch den größeren Randfaserabstand ergibt das kleinere Biegewiderstandsmoment, daraus lässt sich im Umkehrschluss die größere Biegespannung errechnen!!

somit wird:

$e_{groß} := wenn\left(e_1 > e_2, e_1, e_2\right)$ $e_{groß} = 117.219\,mm$ größerer Randfaserabstand $e_{groß}$

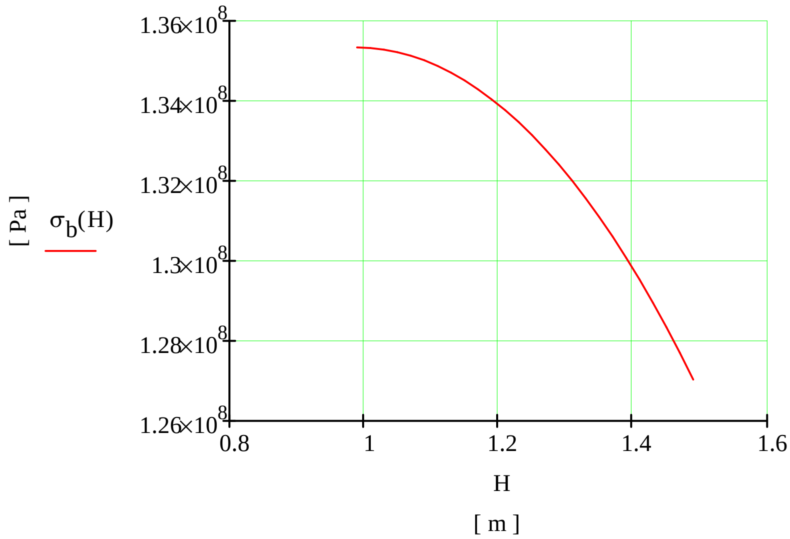
$W_b := \frac{I_{ys}}{e_{groß}}$ $W_b = 91.297\,cm^3$ Biegewiderstandsmoment W_b

Da die Zug-/Druckkräfte im Lastarm gering sind, verzichte ich auf Bildung der Vergleichsspannung σ_v !!!

$\sigma_b(H) := \frac{M_{bG}(H)}{W_b}$ Biegespannung σ_b in Abhängigkeit der Hubhöhe H

$\sigma_{z\_d}(H) := \frac{F_{Llängs}(H)}{b^2}$ Zug-/Druckspannung σ_{z_d} in Abhängigkeit der Hubhöhe H

$\tau_{scher}(H) := \frac{F_{Lquer}(H)}{b^2}$ Scherspannung τ_{scher} in Abhängigkeit der Hubhöhe H



$H =$ [mm]	$\sigma_b(H) =$ [$\frac{N}{mm^2}$]	$\sigma_{z\_d}(H) =$ [$\frac{N}{mm^2}$]	$\tau_{scher}(H) =$ [$\frac{N}{mm^2}$]
990	135.343	0	0.033
1010	135.33	0.00045	0.033
1030	135.291	0.0009	0.033
1050	135.227	0.00135	0.033
1070	135.137	0.0018	0.033
1090	135.021	0.00225	0.033
1110	134.879	0.00271	0.033
1130	134.711	0.00316	0.033
1150	134.516	0.00361	0.032
1170	134.296	0.00406	0.032
1190	134.049	0.00451	0.032
1210	133.776	0.00496	0.032
1230	133.476	0.00541	0.032
1250	133.149	0.00586	0.032
1270	132.796	0.00631	0.032
1290	132.414	0.00676	0.032
1310	132.006	0.00721	0.032
1330	131.57	0.00766	0.032
1350	131.105	0.00812	0.032
1370	130.613	0.00857	0.032
1390	130.091	0.00902	0.031
1410	129.541	0.00947	0.031
1430	128.961	0.00992	0.031
1450	128.352	0.01037	0.031
1470	127.712	0.01082	0.031
1490	127.042	0.01127	0.031

$\sigma_{bmax} := \sigma_b(990mm)$ maximal auftretende Biegespannung stets bei H = 990mm !!!

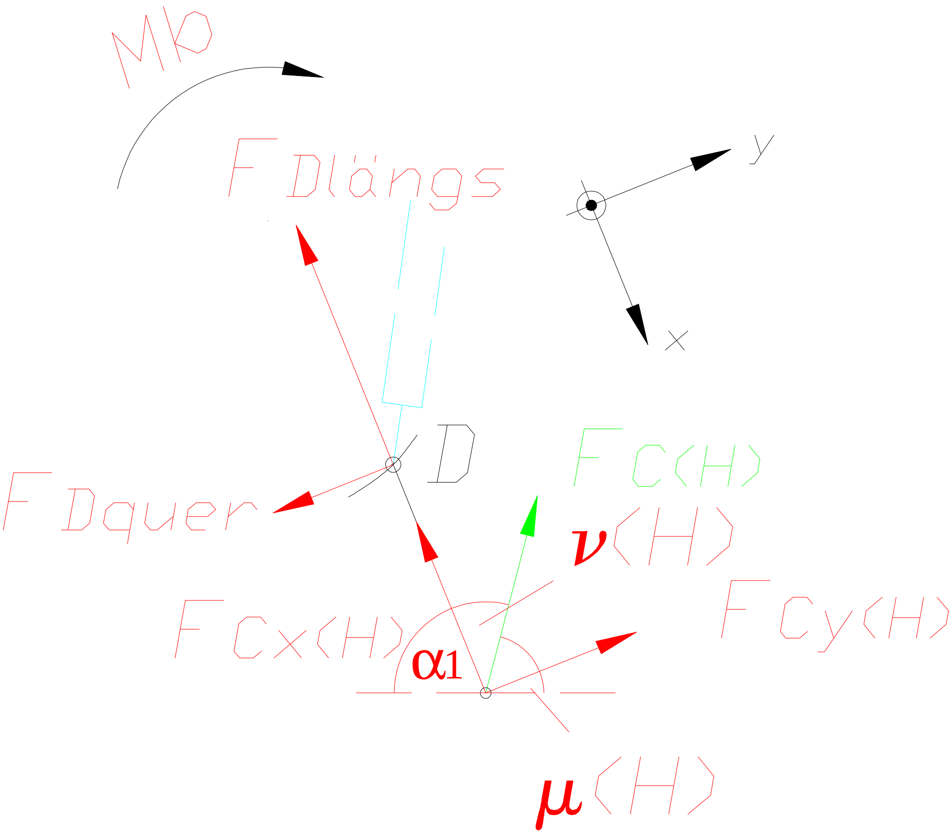
$\sigma_{bvorhanden} := \text{wenn}\left(\sigma_{bmax} < \sigma_{bzul}, \text{"Spannungen zulässig"}, \text{"Spannungen nicht zulässig !!!"}\right)$

$\sigma_{bvorhanden} = \text{"Spannungen zulässig"}$

Berechnung des Momenten- und Schnittkraftverlaufs an der Hauptstrebe

Es gilt wie am Lastarm:
Dort wo der Querkraftverlauf den Nulldurchgang hat (erste Ableitung M_b), muss das maximale Biegemoment auftreten!!
Nachdem die Hauptstrebe nur mit Einzelkräften belastet wird, kann die größte Belastung nur im Punkt D oder E auftreten. Daher werden die Schnittkräfte in Punkt D und Punkt E ermittelt!!

Schnittkräfte im Punkt D:



Schnittkräfte und Biegemoment im Punkt D

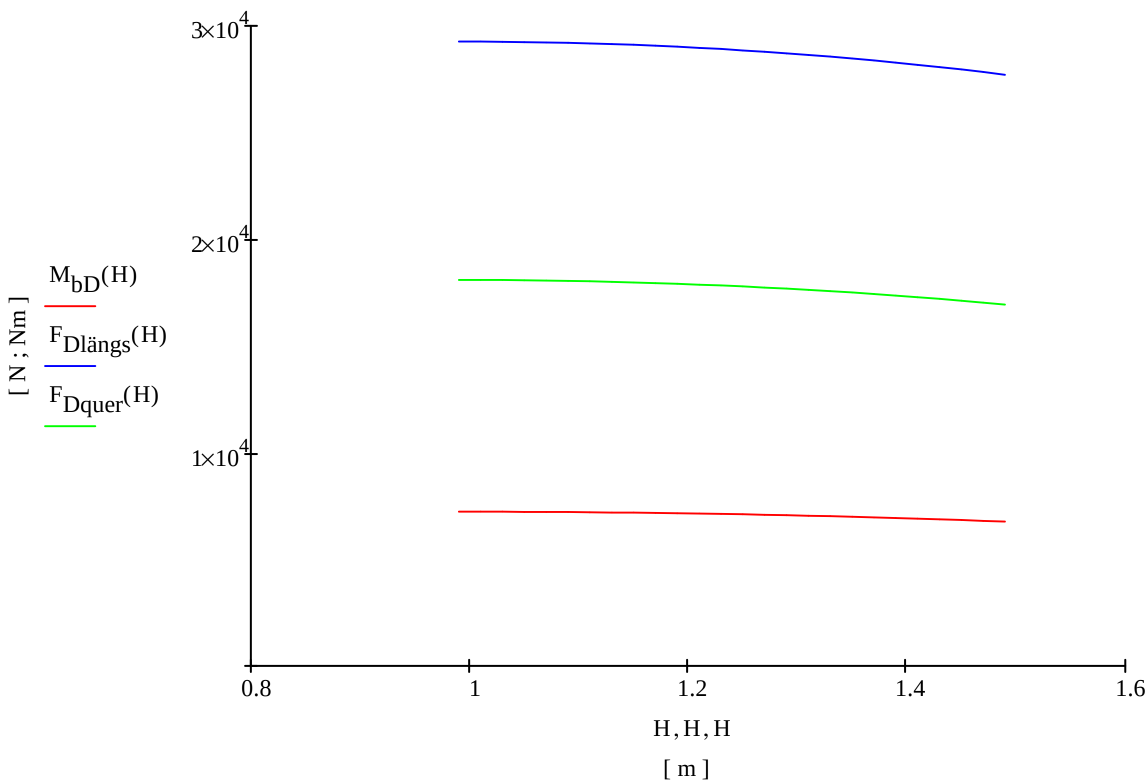
$\nu(H) := 180° - (\alpha_1 + \mu(H))$ Winkel zw. Hauptstrebe und F_C

$F_{Dlängs}(H) := F_C(H) \cdot \cos(\nu(H))$ Längskraft auf die Hauptstrebe aus $F_C(H)$ errechnet

$F_{Dquer}(H) := F_C(H) \cdot \sin(\nu(H))$ Querkraft auf die Hauptstrebe aus $F_C(H)$ errechnet

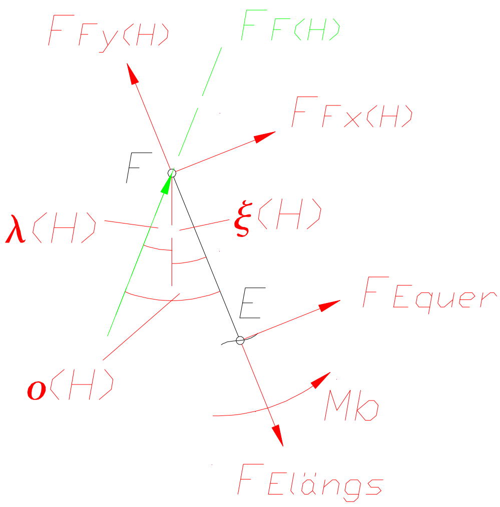
$M_{bD}(H) := F_{Dquer}(H) \cdot L_4$ Biegemoment in Punkt D in Abhängigkeit der Hubhöhe H

Motorheber



H = (mm)	$\nu(H)$ = (°)	$F_{Dlängs}(H)$ = (N)	$F_{Dquer}(H)$ = (N)	$M_{bD}(H)$ = (N·m)
990	31.734	29277.686	18106.305	7242.522
1010	31.734	29275.273	18104.505	7241.802
1030	31.732	29268.034	18099.106	7239.642
1050	31.73	29255.963	18090.103	7236.041
1070	31.727	29239.054	18077.492	7230.997
1090	31.723	29217.297	18061.266	7224.506
1110	31.718	29190.68	18041.415	7216.566
1130	31.713	29159.188	18017.927	7207.171
1150	31.706	29122.801	17990.79	7196.316
1170	31.698	29081.5	17959.987	7183.995
1190	31.69	29035.259	17925.5	7170.2
1210	31.681	28984.051	17887.309	7154.924
1230	31.67	28927.846	17845.391	7138.157
1250	31.659	28866.61	17799.721	7119.889
1270	31.646	28800.306	17750.271	7100.109
1290	31.633	28728.894	17697.011	7078.805
1310	31.619	28652.328	17639.908	7055.963
1330	31.603	28570.561	17578.926	7031.57
1350	31.587	28483.542	17514.026	7005.611
1370	31.569	28391.213	17445.167	6978.067
1390	31.55	28293.516	17372.303	6948.921
1410	31.53	28190.384	17295.387	6918.155
1430	31.509	28081.749	17214.366	6885.746
1450	31.486	27967.535	17129.185	6851.674
1470	31.462	27847.663	17039.784	6815.913
1490	31.437	27722.048	16946.099	6778.44

Schnittkräfte im Punkt E:



$\xi := 90° - \alpha_1$ — Winkel zw. F_F und senkrechter Achse

$o(H) := \lambda(H) + \xi$ — Winkel zw. Hauptstrebe und Lagerkraft F_F

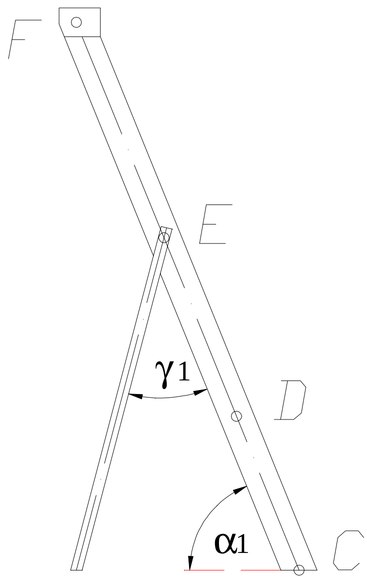
$F_{Elängs}(H) := F_F(H) \cdot \cos(o(H))$ — Längskraft auf die Hauptstrebe aus $F_F(H)$ errechnet

$F_{Equer}(H) := F_F(H) \cdot \sin(o(H))$ — Querkraft auf die Hauptstrebe aus $F_F(H)$ errechnet

$M_{bE}(H) := F_{Equer}(H) \cdot (FC - L_{10})$ — Biegemoment in Punkt E in Abhängigkeit der Hubhöhe H

H = (mm)	o(H) = (°)	$F_{Elängs}(H)$ = (N)	$F_{Equer}(H)$ = (N)	$M_{bE}(H)$ = (N·m)
990	40.489	24772.128	21149.203	8896.07
1010	40.311	24925.915	21146.726	8895.028
1030	40.127	25079.831	21139.401	8891.947
1050	39.938	25233.76	21127.222	8886.824
1070	39.744	25387.589	21110.182	8879.656
1090	39.545	25541.205	21088.27	8870.439
1110	39.341	25694.495	21061.475	8859.168
1130	39.132	25847.346	21029.781	8845.837
1150	38.919	25999.646	20993.171	8830.437
1170	38.701	26151.279	20951.624	8812.961
1190	38.478	26302.132	20905.117	8793.399
1210	38.251	26452.087	20853.625	8771.74
1230	38.019	26601.026	20797.12	8747.972
1250	37.783	26748.829	20735.571	8722.082
1270	37.542	26895.373	20668.947	8694.058
1290	37.297	27040.533	20597.212	8663.884
1310	37.048	27184.179	20520.331	8631.545
1330	36.794	27326.178	20438.269	8597.027
1350	36.536	27466.394	20350.991	8560.315
1370	36.274	27604.686	20258.47	8521.397
1390	36.008	27740.905	20160.687	8480.266
1410	35.737	27874.901	20057.647	8436.924
1430	35.463	28006.513	19949.407	8391.395
1450	35.185	28135.575	19836.139	8343.751
1470	34.903	28261.914	19718.322	8294.193
1490	34.621	28385.348	19597.453	8243.351

Auslegung Hauptstrebe:



Werkstoffwahl erfolgt gleich dem Trägerwerkstoff des Lastarms!!

Werkstoff gewählt: S460N

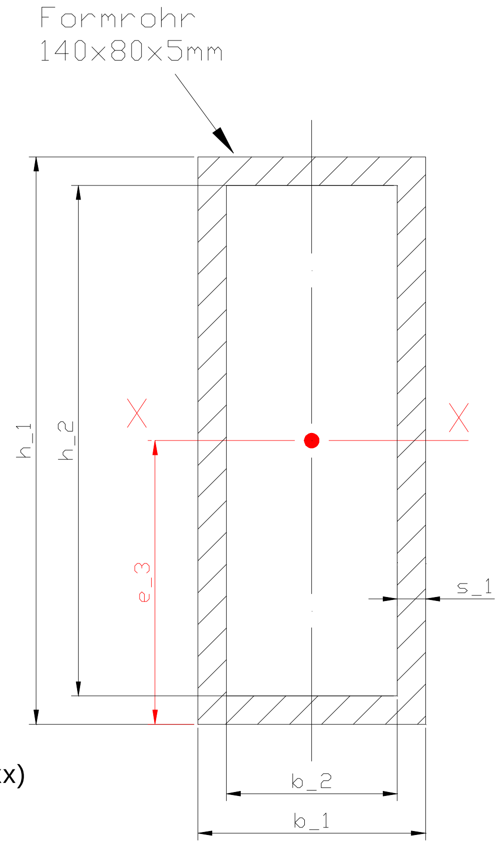
$Re_{S460} := 460 \frac{N}{mm^2}$ | $\sigma_{bsch} := 410 \frac{N}{mm^2}$ | lt.TB. Roloff-Matek (Anhangxxx)

$\sigma_{bzul} := \frac{\sigma_{bsch}}{\nu_{Gesamt}}$ | $\sigma_{bzul} = 136.667 \frac{N}{mm^2}$ | zulässige Biegespannung σ_{bzul}

$M_{bEmax} := M_{bE}(990mm)$ | $M_{bEmax} = 8896.07\,N \cdot m$ | maximal auftretendes Biegemoment

$W_{berf} := \frac{M_{bEmax}}{\sigma_{bzul}}$ | $W_{berf} = 65.093\,cm^3$ | erforderliches Widerstandsmoment

Widerstandsmoment Formrohr berechnen:



$s_1 := 5mm$

$b_1 := 80mm \qquad b_2 := b_1 - 2 \cdot s_1$

$h_1 := 140mm \qquad h_2 := h_1 - 2 \cdot s_1$

$e_3 := \frac{h_1}{2}$

$I_{gesamt} := \frac{b_1 \cdot h_1^3}{12} - \frac{b_2 \cdot h_2^3}{12} \qquad I_{gesamt} = 547.75\,cm^4$

$W_{bx} := \frac{I_{gesamt}}{e_3} \qquad W_{bx} = 78.25\,cm^3$

Gewählt: Formrohr 140x80x5mm aus S460JR (siehe Anhang xxx)

Da die Zug-/Druckkräfte im Lastarm gering sind, verzichte ich auf Bildung der Vergleichsspannung σ_v !!!

$\sigma_{bE}(H) := \frac{M_{bE}(H)}{W_b}$ Biegespannung σ_b in Abhängigkeit der Hubhöhe H

$\sigma_{z\_dE}(H) := \frac{F_{Eläng s}(H)}{b^2}$ Zug-/Druckspannung σ_{z_d} in Abhängigkeit der Hubhöhe H

$\tau_{scherE}(H) := \frac{F_{Equer}(H)}{b^2}$ Scherspannung τ_{scher} in Abhängigkeit der Hubhöhe H

H = (mm)	$\sigma_{bE}(H) =$ ($\frac{N}{mm^2}$)	$\sigma_{z\_dE}(H) =$ ($\frac{N}{mm^2}$)	$\tau_{scherE}(H) =$ ($\frac{N}{mm^2}$)
990	97.441	0.069	0.059
1010	97.43	0.069	0.059
1030	97.396	0.07	0.059
1050	97.34	0.07	0.059
1070	97.261	0.071	0.059
1090	97.16	0.071	0.059
1110	97.037	0.071	0.059
1130	96.891	0.072	0.058
1150	96.722	0.072	0.058
1170	96.531	0.073	0.058
1190	96.317	0.073	0.058
1210	96.079	0.073	0.058
1230	95.819	0.074	0.058
...	...	...	...

$\sigma_{bEmax} := \sigma_{bE}(990mm)$ maximal auftretende Biegespannung stets bei H = 990mm !!!

$\sigma_{bEvorhanden} := \text{wenn}\left(\sigma_{bEmax} < \sigma_{bzul}, \text{"Spannungen zulässig"}, \text{"Spannungen nicht zulässig !!!"}\right)$

$\sigma_{bEvorhanden} = \text{"Spannungen zulässig"}$