

Add. Ermittlung der plastischen Formzahl K_p

(nach FKM-Beispiel 6.1.3 SFN mit örtlichen Spannungen)

Geg.: FKM 6. Auflage, Bspl. 6.1.3 – Wellenabsatz nach 6.1.1

6.1.0 Aufgabenstellung

Gegeben:

Wellenabsatz nach Abb. 6.1.1 mit den angegebenen Abmessungen

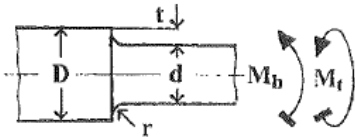


Abb. 6.1.1 Wellenabsatz

$D = 50 \text{ mm}$ $r = 5 \text{ mm}$
 $d = 42 \text{ mm}$ $t = 4 \text{ mm}$

Werkstoff

41 Cr4 nach DIN EN 10 083

Vergütungsstahl im vergüteten Zustand

Oberlastfall:

$$M_{b,O} = S_{b,max} \cdot W_b = 1,091 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$$

$$M_{t,O} = T_{t,max} \cdot W_t = 1,891 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$$

Unterlastfall

$$M_{b,U} = S_{b,min} \cdot W_b = -1,091 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$$

$$M_{t,U} = T_{t,min} \cdot W_t = -4,365 \cdot 10^5 \text{ Nmm}$$

$$W_b = \frac{\pi d^3}{32} = 7274 \text{ mm}^3$$

$$W_t = \frac{\pi d^3}{16} = 14547 \text{ mm}^3$$

Hinweis: FKM macht keinerlei Aussagen zur Modellierung!

Ansatz: 3 Modellvarianten:

- M_b wird als Moment auf die Stirnfläche aufgebracht
- M_b wird als Moment auf die Zylinderfläche aufgebracht
- F_b wird aus M_b errechnet und die Biegekraft auf die Stirnfläche aufgebracht

Projektmanagement:

Projektschema



Plastische Berechnungen müssen zum Konvergenzabbruch geführt werden => keine Ergebnisse

Materialdaten:

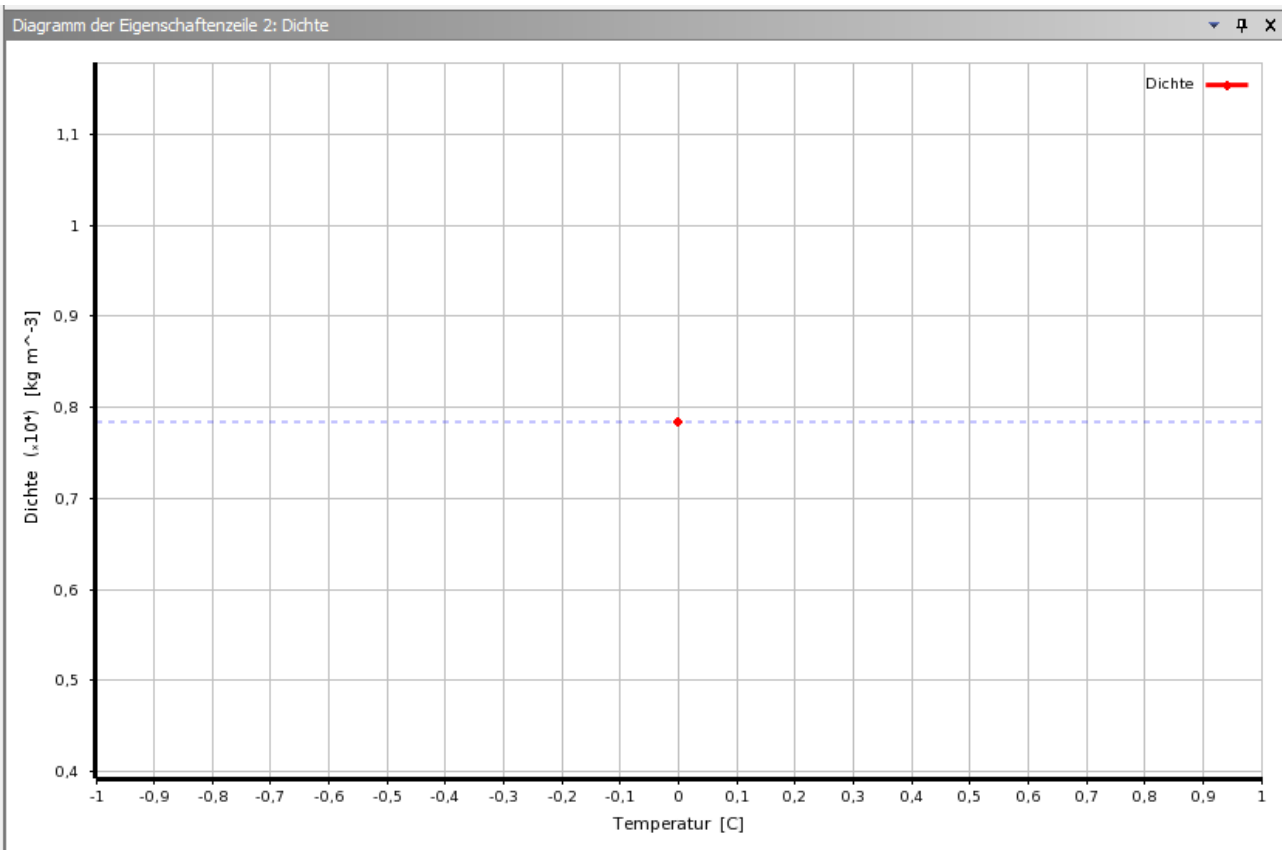
Für Oberlastfall und elastische Grenzlast:

Strukturbaum für Schema A2, B2, C2, D2, E2, F2: Materialdaten				
	A	B	C	D
1	Inhalt von Materialdaten	Quelle		Beschreibung
2	Material			
3	41Cr4 (lin-elast)			Betriebsfestigkeitsdaten für Mittelspannung = 0 stammen aus 1998 ASME BPV Code, Section 8, Div 2, Table 5-110.1
4	41Cr4 NL (lin-ideal plast) T=E/1000			Betriebsfestigkeitsdaten für Mittelspannung = 0 stammen aus 1998 ASME BPV Code, Section 8, Div 2, Table 5-110.1
*	Hier klicken, um ein neues Material hinzuzufügen			

Eigenschaften von Überblickzeile 3: 41Cr4 (lin-elast)					
	A	B	C	D	E
1	Eigenschaft	Wert	Einheit		
2	Dichte	7850	kg m ⁻³		
3	Isotroper Koeffizient der thermischen Ausdehnung (sekante)				
6	Isotrope Elastizität				
7	Ableiten von	E-Modul und Querkon...			
8	E-Modul	2E+11	Pa		
9	Querkontraktionszahl	0,3			
10	Kompressionsmodul	1,6667E+11	Pa		
11	Schubmodul	7,6923E+10	Pa		
12	Wechselspannung - Mittelspannung	Tabellarisch			
16	Dehnungs-Lebensdauer-Parameter				
24	Zug-Streckgrenze	800	MPa		
25	Druck-Streckgrenze	800	MPa		
26	Max. Zugfestigkeit	1000	MPa		
27	Druckfestigkeit	0	MPa		

Zugrundegelegt wurde Baustahl linear.

Änderungen: lt. Tabelle 5.1.4 für 41Cr4 ($R_{m,N} = 1000\text{MPa}$, $R_{e,N} = 800\text{MPa}$)



Für vollplastische Traglast:

Strukturbaum für Schema A2, B2, C2, D2, E2, F2: Materialdaten				
	A	B	C	D
1	Inhalt von Materialdaten	Quelle		Beschreibung
2	Material			
3	41Cr4 (lin-elast)			Betriebsfestigkeitsdaten für Mittelspannung = 0 stammen aus 1998 ASME BPV Code, Section 8, Div 2, Table 5-110.1
4	41Cr4 NL (lin-ideal plast) T=E/1000			Betriebsfestigkeitsdaten für Mittelspannung = 0 stammen aus 1998 ASME BPV Code, Section 8, Div 2, Table 5-110.1
*	Hier klicken, um ein neues Material hinzuzufügen			

Eigenschaften von Überblickzeile 4: 41Cr4 NL (lin-ideal plast) T=E/1000					
	A	B	C	D	E
1	Eigenschaft	Wert	Einheit		
2	Dichte	7850	kg m ⁻³		
3	Isotrope Elastizität				
4	Ableiten von	E-Modul und Querkon...			
5	E-Modul	2E+11	Pa		
6	Querkontraktionszahl	0,3			
7	Kompressionsmodul	1,6667E+11	Pa		
8	Schubmodul	7,6923E+10	Pa		
9	Bilineare isotrope Verfestigung				
10	Streckgrenze	800	MPa		
11	Tangentenmodul	2,1E+08	Pa		

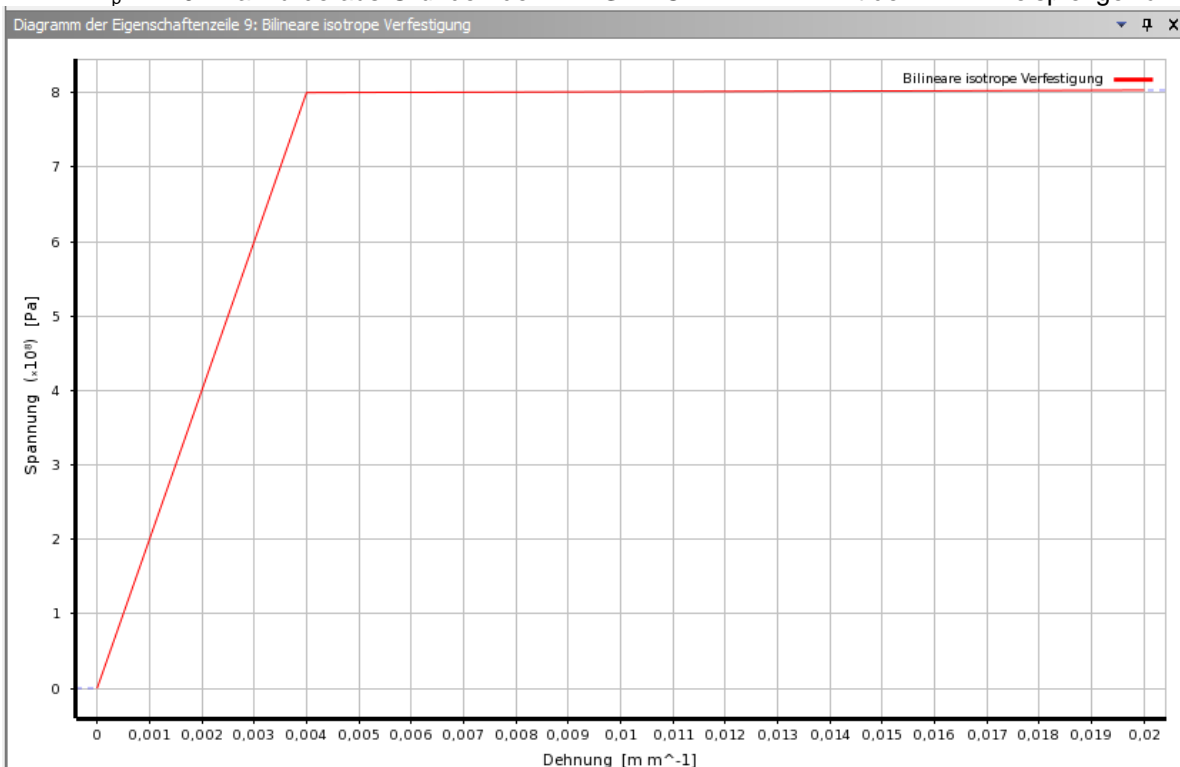
Zugrundegelegt wurde Baustahl NL.

Änderungen:

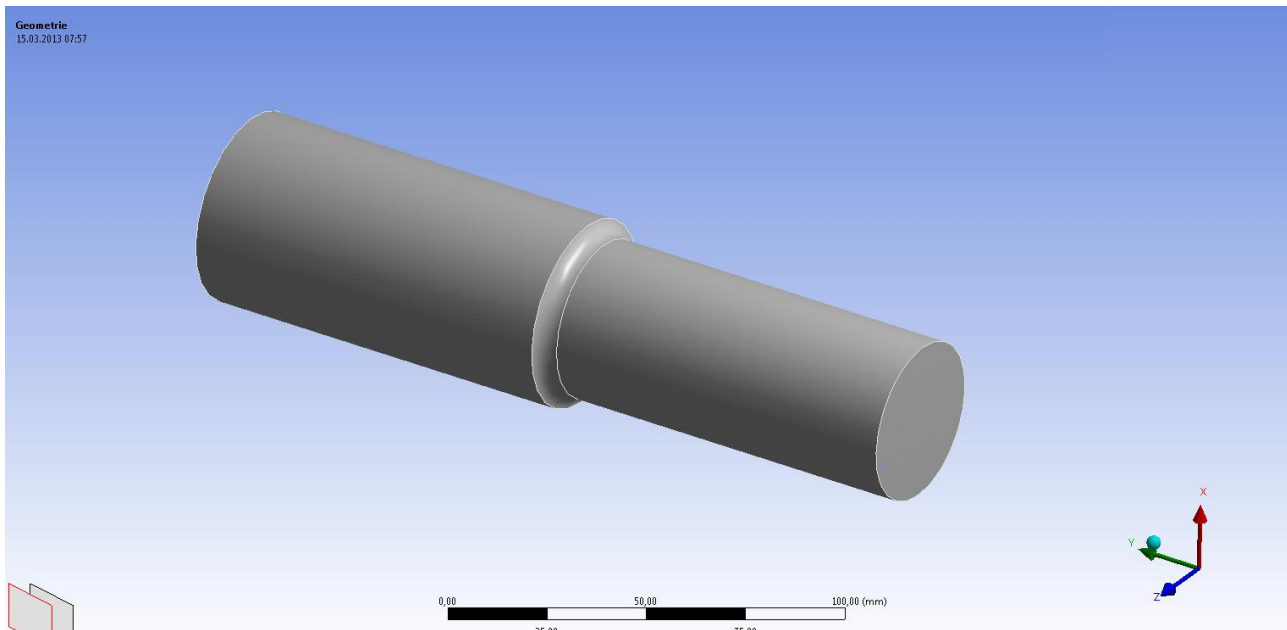
- lt. Tabelle 5.1.4 für 41Cr4 ($R_{e,N} = 800\text{MPa}$)
- und lt. FKM-Beispiel 6.1.3 – Subtext „Berechnung der plastischen Formzahl“ Tangentenmodul $E_p = E/1000 \Rightarrow E_p = 210000\text{MPa}/1000 = 210\text{MPa}$
- **ACHTUNG: Tangentenmodul $E_p = 0\text{MPa}$ gewählt (mit 210MPa keinen Konvergenzabbruch für die Fall 3: „ F_p auf Stirnfläche“ erreicht)**

Anmerkung: zur Größe des Tangentenmoduls bestehen verschiedene Argumente, welche jedes für sich einleuchtend erscheinen:

- $E_p = 1490$ weil von Baustahl NL vorgegeben, beinhaltet aber Nachverfestigung,
- $E_p = 0$ schließt Nachverfestigung aus, ist aber lt. ANSYS instabil
- $E_p = 210\text{MPa}$ wurde aus Gründen der **VERGLEICHBARKEIT** mit dem FKM-Beispiel gewählt.

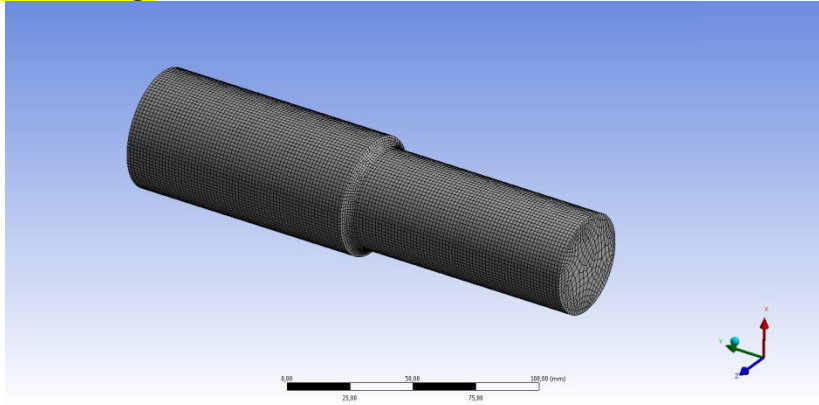


Geometrie:



Durchmesser: lt. FKM-Beispiel 6.1.0 – $D = 50\text{mm}$, $d = 42\text{mm}$
Zugehörige Längen: mangels FKM-Angaben nach den bereits im Forum von Lennox und Berechna 42 in ihren Berechnungen zugrundegelegten $L = 100\text{mm}$, $l = 100\text{mm}$ => Gesamtlänge = 200mm
Radius: lt. FKM-Beispiel 6.1.0 – $r = 5\text{mm}$

Vernetzung:



Netz
 Methode 'Hex Dominant'
 Elementgröße auf Fläche
 Strukturiertes Netz

Details von "Netz"	
Standard-Einstellungen	
Physikvoreinstellung	Mechanisch
Relevanz	100
Elementgröße	
Erweiterte Größenfunktion ve...	Aus
Physikgestützte Relevanz	Fein
Elementgröße	Standardeinstellung
Globale Netzgröße bezogen a...	Aktive Baugruppe
Glätten	Mittel
Übergang	Schnell
Spannwinkel	Grob
Minimale Kantenlänge	131,950 mm
Erzeugung der Prismenschichten (Inflation)	
Optionen für flächenabhängig	
Dreiecks-Oberflächenvernetzer	Programmgesteuert
Erweitert	
Vernachlässigen	
Statistik	

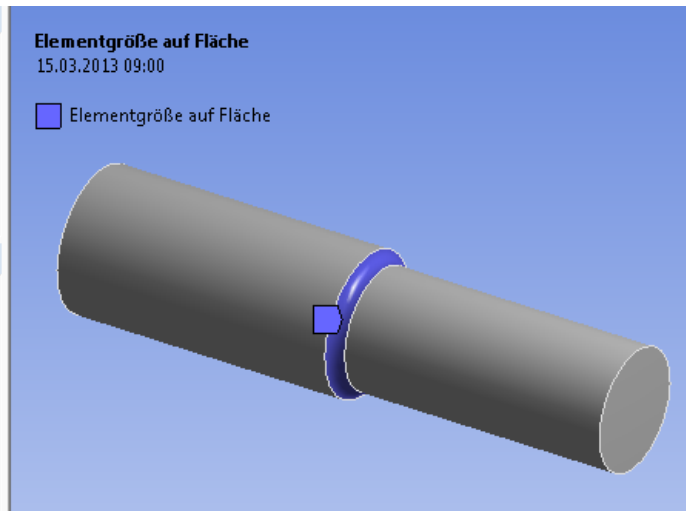
Netzrelevanz auf 100, physikgestützte Relevanz auf „Fein“ und Methode „Hex Dominant“

Strukturbaum

- Projekt
 - Modell (6 Systeme)
 - Geometrie
 - Koordinatensysteme
 - Netz
 - Methode 'Hex Dominant'
 - Elementgröße auf Fläche
 - Strukturiertes Netz

Details von "Elementgröße auf Fläche" - Elementgröße

Bereich	
Auswahlmethode	Geometrieauswahl
Geometrie	1 Fläche
Definition	
Unterdrückt	Nein
Typ	Elementgröße
Elementgröße	1, mm
Verhalten	Flexibel



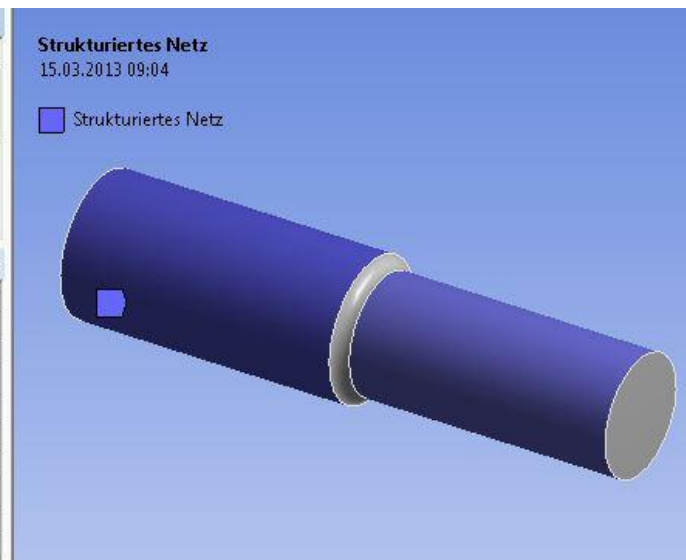
Radius feiner vernetzt:

Strukturbaum

- Projekt
 - Modell (6 Systeme)
 - Geometrie
 - Koordinatensysteme
 - Netz
 - Methode 'Hex Dominant'
 - Elementgröße auf Fläche
 - Strukturiertes Netz

Details von "Strukturiertes Netz" - Strukturiertes Netz

Bereich	
Auswahlmethode	Geometrieauswahl
Geometrie	2 Flächen
Definition	
Unterdrückt	Nein
Begrenzung mit Zwangsbedingung versehen	Nein
Erweitert	
Angegebene Seiten	Keine Auswahl
Angegebene Ecken	Keine Auswahl
Angegebene Enden	Keine Auswahl



Zylinderflächen strukturiert vernetzen

Randbedingungen:

WICHTIG: Unterscheidung **Abstand Fb zum Lager** (200mm) und **Abstand Fb zum Nachweispt.** (95mm)!

Add. Plastische Formzahl:

Berechnung der plastischen Formzahl: Grundlage bildet eine FE-Analyse mit elastisch – ideal-plastischem Materialgesetz. Zur Verbesserung der Konvergenz kann auch mit einer bilinearen Spannungs-Dehnungs-Kurve mit geringem plastischen Modul gerechnet werden, z.B. $E_p = E/1000$. Das Biege- und Torsionsmoment wird proportional gesteigert, $M_b/M_t = M_{b,0}/M_{t,0} = 0,58$. Für das Biegemoment ergeben sich folgende Grenzwerte:

Elastische Grenzlast (R_p am Nachweispunkt):

$$M_{b,el} = 1,49 \cdot 10^9 \text{ Nmm}$$

Vollplastische Traglast: (Querschnitt durchplastifiziert)

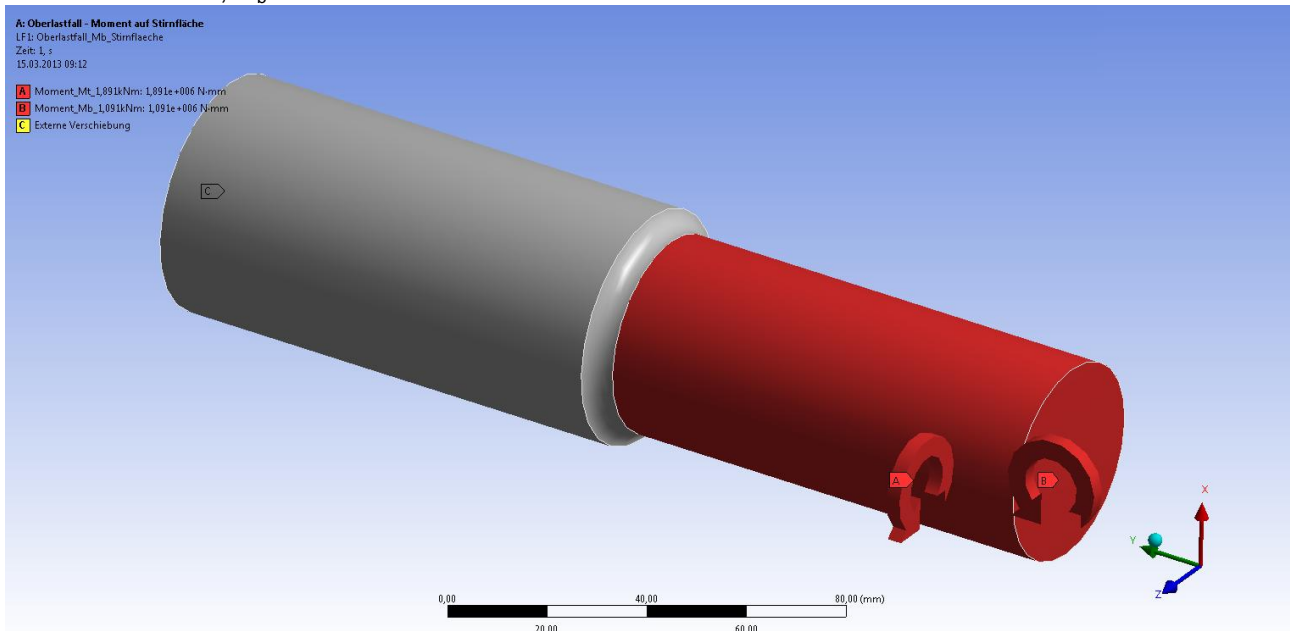
$$M_{b,pl} = 2,90 \cdot 10^9 \text{ Nmm}$$

(gleiche Auswertung auch mit Torsionsmoment möglich)

$$K_p = 2,9 / 1,49 = 1,95 \quad (3.3.8)$$

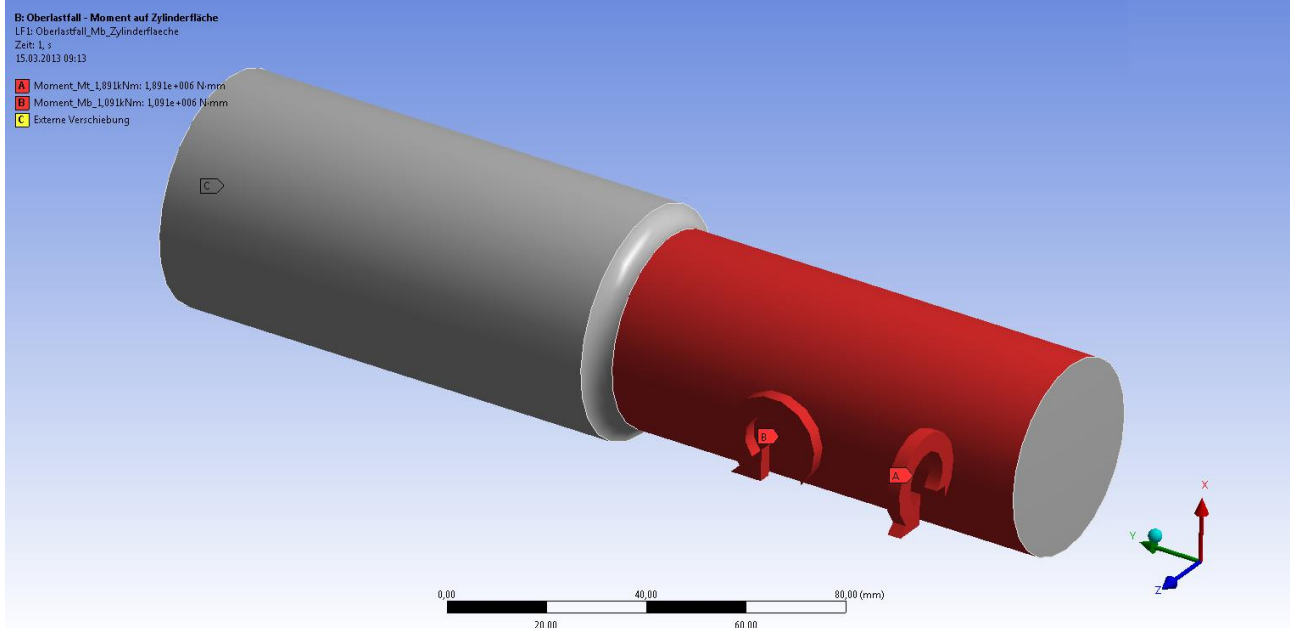
Oberlastfälle:

Fall 1: Oberlastfall, M_b auf Stirnfläche



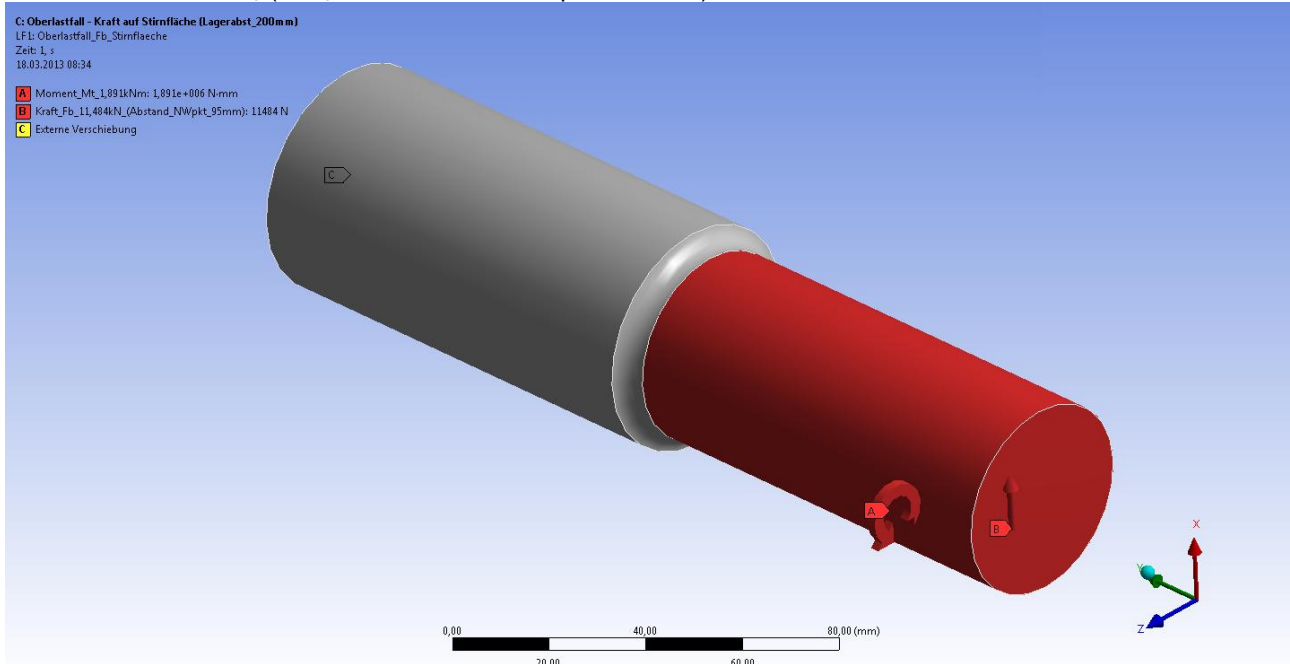
- **Lagerung:** Externe Verschiebung C, große Stirnfläche, alle FG gesperrt
- $M_b = 1,091 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$ auf kleine Stirnfläche
- $M_t = 1,891 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$ auf kleine Zylinderfläche

Fall 2: Oberlastfall, M_b auf Zylinderfläche



- **Lagerung:** Externe Verschiebung C, große Stirnfläche, alle FG gesperrt
- $M_b = 1,091 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$ auf Zylinderfläche
- $M_t = 1,891 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$ auf kleine Zylinderfläche

Fall 3: Oberlastfall, F_b ($= M_b / \text{Abstand Nachweispt} = 95 \text{ mm}$) auf Stirnfläche



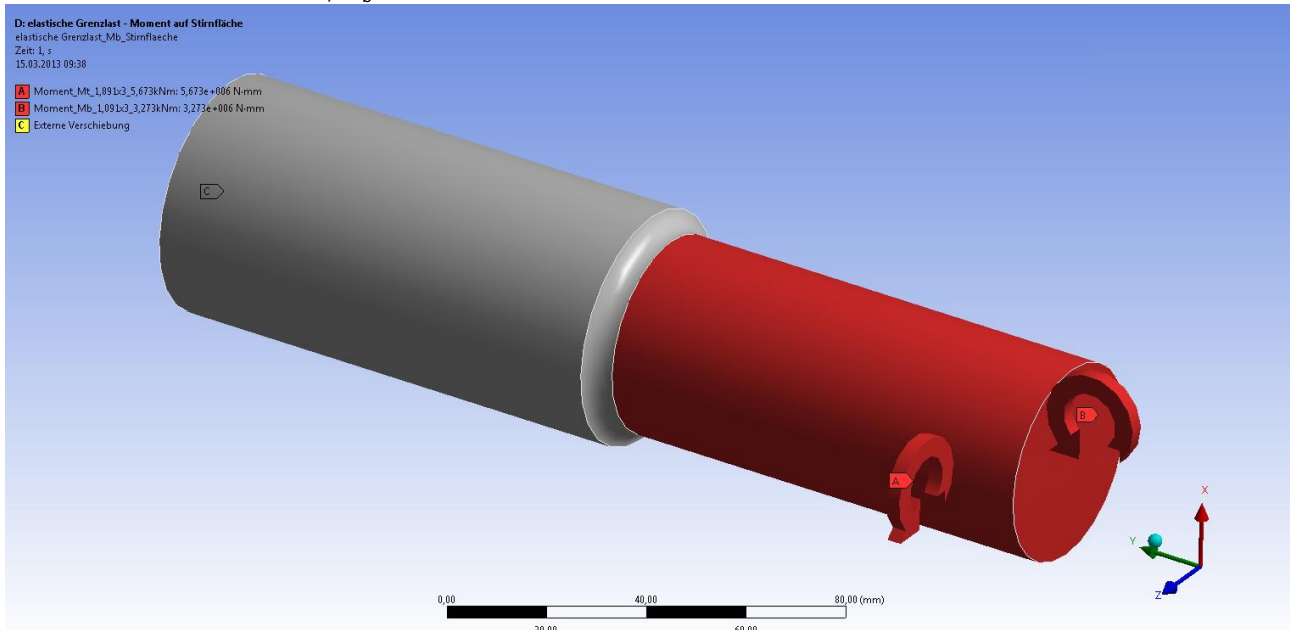
- **Lagerung:** Externe Verschiebung C, große Stirnfläche, alle FG gesperrt
- $F_b = 1,091 \cdot 10^6 \text{ Nmm} / 95 \text{ mm} = \mathbf{11484 \text{ N}}$ auf Zylinderfläche
- $M_t = 1,891 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$ auf kleine Zylinderfläche

Lastfälle für elastische Grenzlast:

Die Lasten müssen gegenüber den zugehörigen Oberlastfällen **proportional gesteigert** werden!

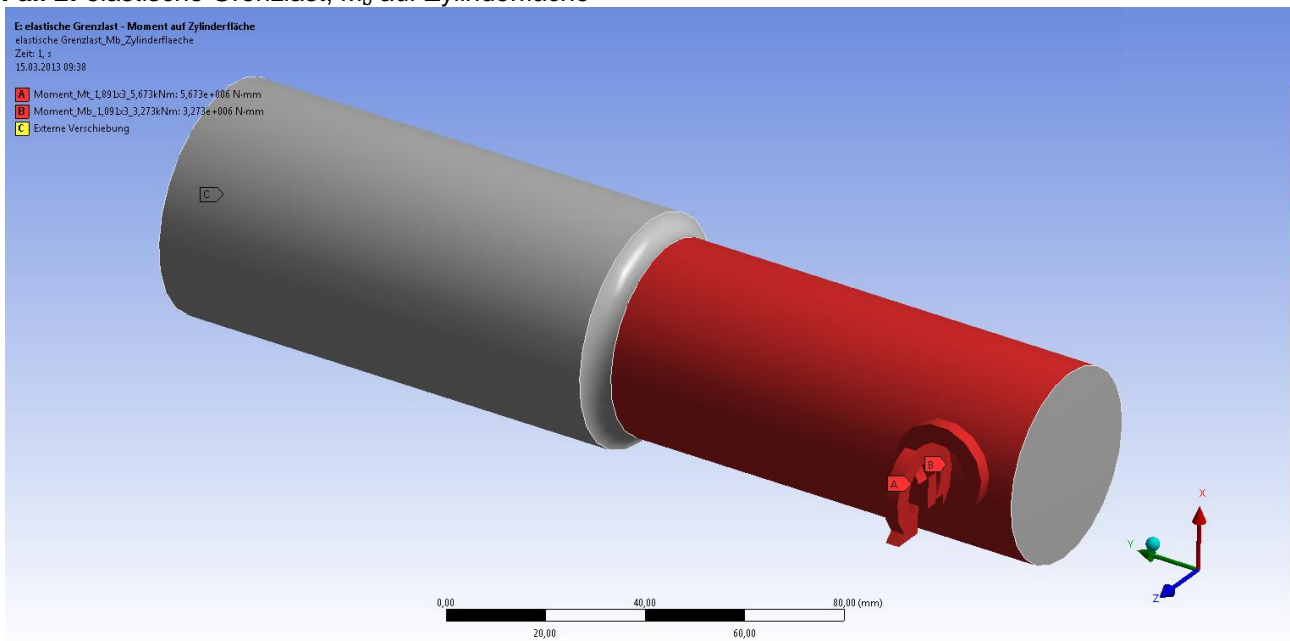
Lt. FKM soll $M_b/M_t = M_{b,0}/M_{t,0} = 0,58$ bleiben

Fall 1: elastische Grenzlast, M_b auf Stirnfläche



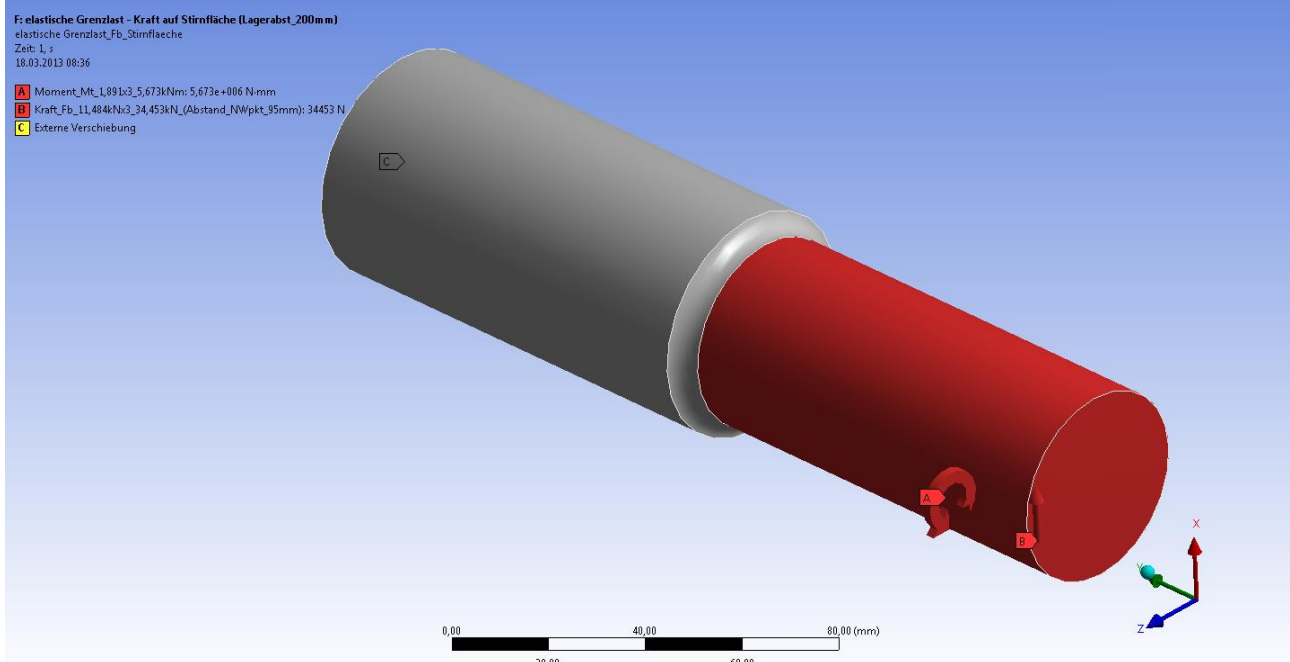
- **Lagerung:** Externe Verschiebung C, große Stirnfläche, alle FG gesperrt
- $M_b = 3,273 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$ ($= 3 \cdot 1,091 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$) auf kleine Stirnfläche
- $M_t = 5,673 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$ ($= 3 \cdot 1,891 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$) auf kleine Zylinderfläche
- **Laststeigerungsfaktor gegenüber Oberlastfall: 3**

Fall 2: elastische Grenzlast, M_b auf Zylinderfläche



- **Lagerung:** Externe Verschiebung C, große Stirnfläche, alle FG gesperrt
- $M_b = 3,273 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$ ($= 3 \cdot 1,091 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$) auf kleine Stirnfläche
- $M_t = 5,673 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$ ($= 3 \cdot 1,891 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$) auf kleine Zylinderfläche
- **Laststeigerungsfaktor gegenüber Oberlastfall: 3**

Fall 3: elastische Grenzlast, F_b ($= M_b/\text{Abstand Nachweispkt.} = 95\text{mm}$) auf Stirnfläche



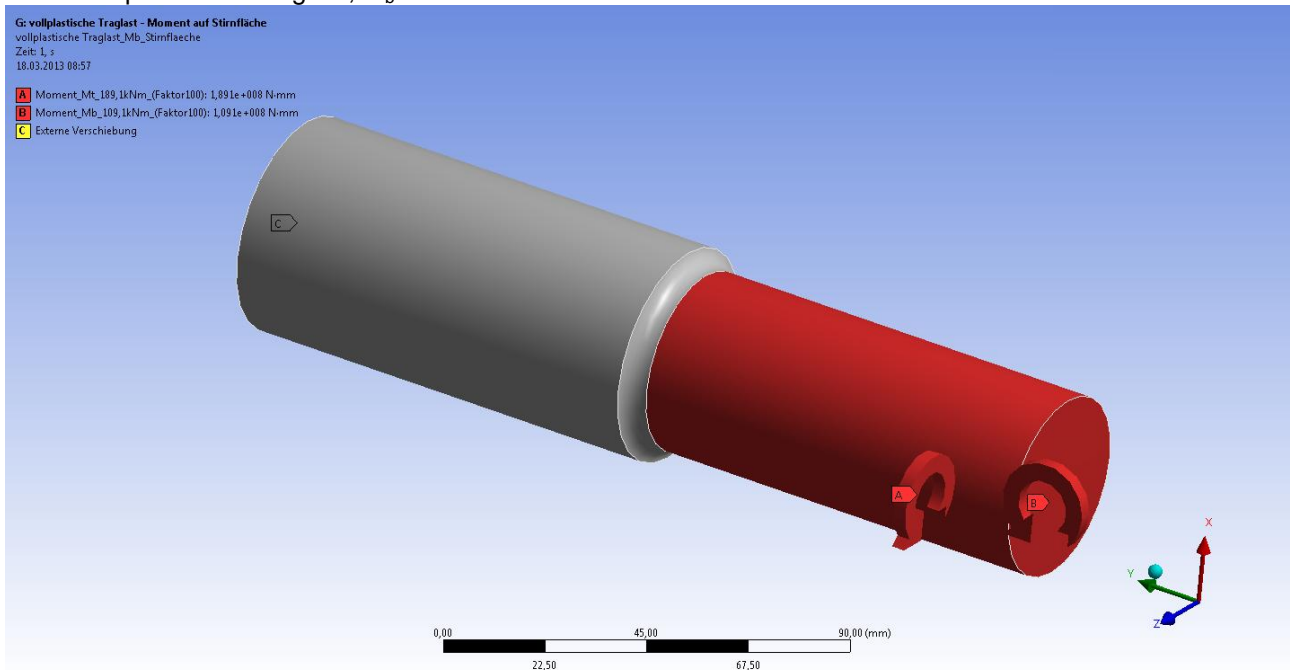
- **Lagerung:** Externe Verschiebung C, große Stirnfläche, alle FG gesperrt
- $F_b = 3,273 \cdot 10^6 \text{Nmm} / 7200\text{mm} (= 3 \cdot 1,091 \cdot 10^6 \text{Nmm} / 95\text{mm}) = \mathbf{34453\text{N}}$ auf Zylinderfläche
- $M_t = 5,673 \cdot 10^6 \text{Nmm} (= 3 \cdot 1,891 \cdot 10^6 \text{Nmm})$ auf kleine Zylinderfläche
- **Laststeigerungsfaktor gegenüber Oberlastfall: 3**

Lastfälle für vollplastische Traglast:

Die Lasten müssen gegenüber den zugehörigen Oberlastfällen proportional gesteigert werden!

Lt. FKM soll $M_b/M_t = M_{b,0}/M_{t,0} = 0,58$ bleiben

Fall 1: vollplastische Traglast, M_b auf Stirnfläche



- **Lagerung:** Externe Verschiebung C, große Stirnfläche, alle FG gesperrt
- $M_b = 1,091 \cdot 10^8 \text{Nmm} (= 100 \cdot 1,091 \cdot 10^6 \text{Nmm})$ auf kleine Stirnfläche
- $M_t = 1,891 \cdot 10^8 \text{Nmm} (= 100 \cdot 1,891 \cdot 10^6 \text{Nmm})$ auf kleine Zylinderfläche
- **Laststeigerungsfaktor gegenüber Oberlastfall: 100**