

### 3 Schrägverzahnte Stirnräder und Stirn-Radpaarungen mit genormten Evolventen-Verzahnungen

Eine wesentliche Erweiterung der Eigenschaften von Zahnradpaarungen läßt sich durch das Schrägstellen der Zähne zur Radachse erzielen (siehe Bild 1.5, Teilbild 4, Feld 1.2). Diese Schrägstellung, festgelegt durch den Schrägungswinkel  $\beta$  (Bild 3.4), läßt die Zahnköpfe und Zahnlücken auf dem Radkörper wie die Gewindegänge einer Schraube erscheinen.

Schrägverzahnte Stirnräder haben gegenüber vergleichbaren geradverzahnten den Vorteil, daß sie leiser laufen, imstande sind, höhere Zahnkräfte zu übertragen und auch kleinere Zähnezahlen ermöglichen. Der Nachteil des Auftretens von Axialkräften und der relativen Verdrehung bei axialen Verschiebungen wird für Leistungsgetriebe gern in Kauf genommen. Alle Stirnradpaarungen moderner Kraftfahrzeuggetriebe sind z.B. schrägverzahnt.

#### 3.1 Entstehung des schrägverzahnten Stirnrades

Grundlage für die Bestimmung aller im folgenden behandelten Verzahnungen ist die Geometrie der evolventischen Geradverzahnung. Bei den schrägverzahnten Stirnrädern kommt als einziger neuer Parameter der Schrägungswinkel  $\beta$  hinzu. Der Schrägungswinkel  $\beta$  ist der spitze Winkel zwischen einer Tangente an eine Teilzylinder-Flankenlinie und der Teilzylinder-Mantellinie durch den Tangentenberührungspunkt. Die Teilzylinder-Flankenlinie ist die Schnittlinie der Flanke mit dem Teilzylinder (siehe auch Bild 3.4). Der Schrägungswinkel hat u.a. zur Folge, daß nun ein Stirnschnitt und ein Normalschnitt der Zahnprofile unterschieden werden muß. Der Stirnschnitt entsteht, wenn die Verzahnung von einer Ebene, die senkrecht zur Achse verläuft, geschnitten wird. Er stellt praktisch die Ansicht der Verzahnung dar, wenn man sie in Richtung der Drehachse betrachtet. Der Normalschnitt entsteht beim Schnitt einer Evolventen-Schrägverzahnung mit einer Fläche, die im Schnittpunkt senkrecht zu einer ausgewählten Flankenlinie der Evolventenschraubenflächen verläuft [2/1]. Eine Normalschnittfläche, die alle Flankenlinien senkrecht schneidet, ist räumlich gekrümmt, weil die Flankenlinien - das sind die Schnitte der Zahnflanke mit konzentrischen Zy-

lindern - vom Zahnfuß bis Zahnkopf nicht parallel gerichtet sind. In Bild 3.3, Teilbild 3, ist der Schnitt einer Ebene N-N, die senkrecht zu den Flankenlinien am Teilzylinder verläuft, dargestellt. In der Abwicklung sind die Flankenlinien Geraden.

Die Entstehung der Schrägverzahnung aus der Geradverzahnung kann nun auf zwei Weisen erklärt werden, von denen die erste einfach, daher sehr verbreitet, aber im Hinblick auf die praktische Fertigung irreführend ist, die zweite schwerer verständlich, wenig bekannt, das Verständnis für die tatsächlichen Zusammenhänge und die praktische Erzeugung aber sehr treffend beschreibt.

### 3.1.1 Erste Möglichkeit: Stirnschnittgrößen konstant

Eine Schrägverzahnung entsteht aus einer Geradverzahnung dadurch, daß man die Geradverzahnung in möglichst viele dünne Scheiben aufschneidet und die Scheiben gegeneinander versetzt, bis ihre schmalen Oberflächen den gewünschten Schrägungswinkel  $\beta$  der Zahnflanke ergeben (siehe Bilder 3.1 und 3.3, Teilbilder 1,2,3).

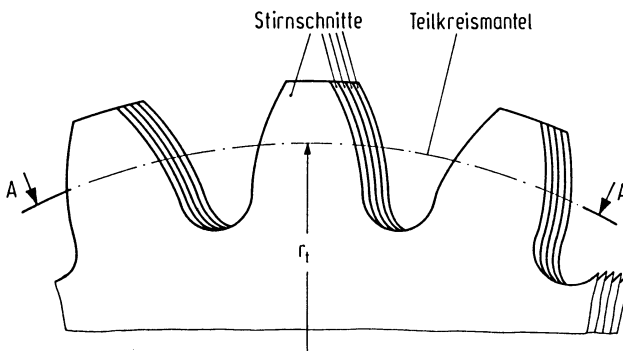


Bild 3.1. Schrägverzahnung, zusammengesetzt aus den Scheiben einer Geradverzahnung. Das Bezugsprofil und die Zahnprofile im Stirnschnitt der Gerad- und der Schrägverzahnung sind gleich.

Die Zahndicken und Lückenweiten im Normalschnitt werden mit größeren Schrägungswinkeln immer kleiner. Die radialen Größen, d.h. die Zahnhöhen und das Kopfspiel, ändern sich nicht.

Die Verzahnungswerte sind:

$$z = 20, \quad x = 0, \quad \beta = 40^\circ, \quad c^* = 0,2,$$

das Bezugsprofil im Stirnschnitt entspricht DIN 867.

Die Folge dieser Vorgehensweise ist die, daß die Scheiben bei jedem beliebigen Schrägungswinkel  $\beta$  das gleiche Stirnschnittprofil behalten (Bild 3.1;3.3, Teilbilder 2 und 3) und somit die gleiche Zahndicke  $s_t$  und Lückenweite  $e_t$ , aber mit größer werdendem Schrägungswinkel im Normalschnitt immer geringere Zahndicken  $s_n$  und Lückenweiten  $e_n$  haben. Alle Bestimmungsgrößen koaxial und tangential zum Teilkreis ( $r$ ) werden um den Faktor  $\cos \beta$  kleiner, wie z.B. die Zahndicken  $s_{n2}$  und

$s_{n3}$  in Bild 3.3, Teilbilder 2 und 3. Das Unangenehme sind dabei die variablen kleineren Zahndicken  $s_n$  und die variablen kleineren Lückenweiten  $e_n$  im Normalschnitt. Die Zähne werden beim Zerspanen nämlich durch Ausarbeiten der Zahnücke vom Fräser parallel zur Flankenlinie erzeugt. Wenn die Zahnücken bzw. die Zahndicken einer Schrägverzahnung abhängig vom Schrägungswinkel  $\beta$  veränderlich sind, braucht man bei dieser Art der Zahnradherzeugung für jeden Schrägungswinkel einen anderen Fräser, aber auch ein anderes Bezugsprofil.

### 3.1.2 Zweite Möglichkeit: Normalschnittgrößen konstant

Das Prinzip ist das gleiche wie bei der ersten Möglichkeit, nur werden die Zahndicken  $s_n$  und Lückenweiten  $e_n$  im Normalschnitt, somit auch das Bezugsprofil im Normalschnitt konstant gehalten (Bild 3.3, Teilbilder 1 und 4). Die Folge ist, daß die Zahndicken  $s_t$  und alle zum Teilkreis koaxialen und tangentialen Größen für jeden Schrägungswinkel einen anderen Wert erhalten und um den Faktor  $1/\cos \beta$  größer werden (Bild 3.2; 3.3, Teilbild 4). Das Bezugsprofil für Gerad- und Schrägverzahnungen bleibt gleich, z.B. DIN 867, und für alle Schrägungswinkel genügt ein Fräser bzw. Fräserprofil.

Schrägverzahnungen kann man im Normalschnitt ähnlich wie Geradverzahnungen berechnen und alle Tabellen für Geradverzahnungen verwenden wie Unterschnitt- und Spitzengrenze (siehe Bilder 4.9, 8.2 bis 8.5). Man muß allerdings mittels der im fol-

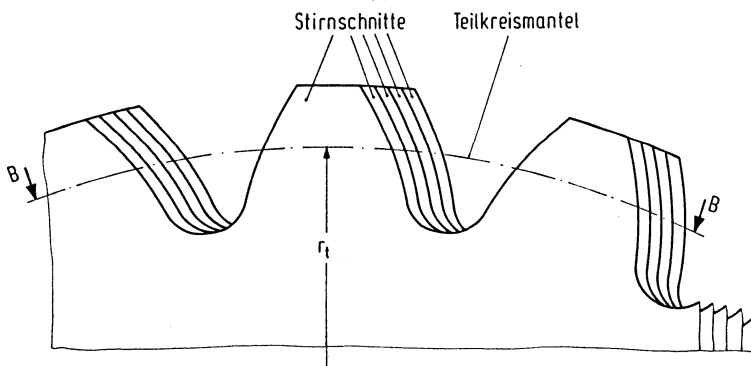


Bild 3.2. Schrägverzahnung, zusammengesetzt aus den Scheiben einer Geradverzahnung. Das Bezugsprofil, die Zahndicken und die Lückenweiten im Normalschnitt der Schrägverzahnung bleiben gleich und entsprechen dem Normprofil. Die Zahndicken und Lückenweiten im Stirnschnitt werden mit größeren Schrägungswinkeln  $\beta$  auch immer größer. Die radialen Größen, d.h. die Zahnhöhen und das Kopfspiel, ändern sich nicht.

Die Verzahnungswerte sind:

$$z = 20, \quad x = 0, \quad \beta = 40^\circ, \quad c^* = 0,25,$$

das Bezugsprofil im Normalschnitt entspricht DIN 867.

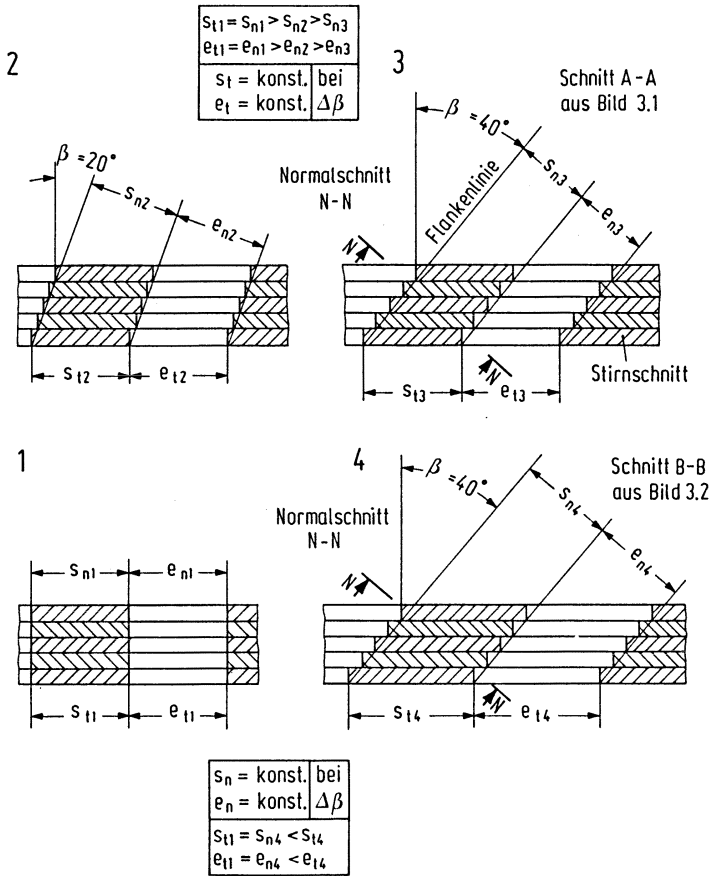


Bild 3.3. Zwei Möglichkeiten für die Entstehung einer Schrägverzahnung aus einer Geradverzahnung, dargestellt am abgewickelten Teilkreismantel.

Oben: Geradverzahnung im Teilbild 1 in Scheiben geschnitten. Die Scheiben werden in Teilbild 2 und 3 verschieden stark versetzt, so daß der Schrägungswinkel  $\beta = 20^\circ$  bzw.  $\beta = 40^\circ$  entsteht. Die Stirnschnittgrößen bleiben konstant, die koaxial zum Teilkreis verlaufenden Größen im Normalschnitt ändern sich. Dies Verfahren entspricht nicht dem üblichen Herstellverfahren, weil sich die Zahndicken  $s$  und die Lückenweiten  $e$  im Normalschnitt mit dem Schrägungswinkel  $\beta$  ändern und somit auch die Werkzeugprofile.

Unten: Zusammensetzung der Schrägverzahnung wie oben, jedoch werden die Zahndicke  $s_{t4}$  und die Lückenweite  $e_{t4}$  im Stirnschnitt (Teilbild 4) so verändert, daß die Zahndicke  $s_{n4}$  und die Lückenweite  $e_{n4}$  bei Geradverzahnung und Schrägverzahnung gleich bleiben. Die Normalschnittgrößen bleiben konstant, die Stirnschnittgrößen koaxial zum Teilkreis ändern sich. (Übliches Herstellverfahren!)

genden angeführten Gleichungen die Werte aus dem Stirnschnitt in den Normalschnitt umrechnen. Vorteil dieser Berechnungsart ist das schnelle Finden gut angenäherter Werte und die Überschaubarkeit der Ergebnisse, Nachteil, daß die Werte im Normalschnitt nur für die Flankenlinien ganz exakt stimmen, auf welche man den Nor-

malschnitt bezogen hat, denn die Zahnflanke ist im üblichen Normalschnitt keine Kreisevolvente (siehe Bild 3.6 oben). Eine Evolvente des Ersatzkrümmungsradius nähert die Zahnflankenform mehr oder weniger gut an (Bilder 8.13;8.14). Für sehr genaue Berechnungen, insbesondere mit Rechenanlagen, wird daher der Stirnschnitt zugrunde gelegt, und es werden die Größen des Bezugsprofils, welches im Normalschnitt festgelegt ist, aufgrund des Schrägungswinkels  $\beta$  auf den Stirnschnitt umgerechnet. In ihm sind die Zähne wohl dicker, aber genau evolventisch (da man ja auch im Stirnschnitt abwälzt).

## 3.2 Gleichungen für Schrägverzahnungen

Zur Umrechnung der Größen des Normalschnitts in die entsprechenden Größen des Stirnschnitts kann man die im folgenden hergeleiteten Gleichungen verwenden. Der entscheidende Parameter ist der gewählte Schrägungswinkel  $\beta$  am Teilzylinder. Die schräggestellten Zähne legen sich über den zylindrischen Zahnradkörper wie Schraubengänge und haben am Zahnfuß einen kleineren und am Zahnkopf einen größeren Schrägungswinkel. Es hat sich als zweckmäßig erwiesen, bei der Festlegung der Verzahnungsgrößen die Schrägstellung am Teilzylinder mit dem Winkel  $\beta$  anzugeben. Wickelt man den Teilkreiszyliindermantel zu einer ebenen Fläche ab, erscheinen die Zahnflanken als Geraden, und der Schrägungswinkel  $\beta$  ist dann der spitze Winkel in der abgewickelten Ebene zwischen der Flankenlinie und einer Mantellinie (Bild 3.4). Senkrecht zum Normalschnitt kann man das dem Zahnrad zugrunde liegende Normalschnitt-Bezugsprofil (z.B. DIN 867, ISO 53 [2/3]) projizieren und senkrecht zum Stirnschnitt das Bezugsprofil, welches sich aufgrund des gewählten Normalschnittprofils und des vorgegebenen Schrägungswinkels  $\beta$  ergibt. Im Stirnschnitt ergibt sich bei den Abwälzverfahren eine exakte Kreisevolventen-Zahnform [3/1].

### 3.2.1 Beziehung der Längen

Es gelten folgende Beziehungen (Bild 3.4): Mit Gl.(2.13) ist

$$\cos \beta = \frac{P_n}{P_t} = \frac{\pi \cdot m_n}{\pi \cdot m_t} ,$$

$$m_n = m_t \cdot \cos \beta . \quad (3.1)$$

Auch alle anderen Größen wie z.B. die Zahndicke  $s$  unterscheiden sich im Stirnschnitt durch den Faktor  $\cos \beta$ . So ist z.B. die Zahndicke an der Profilbezugslinie im Normalschnitt

$$s_n = s_t \cdot \cos \beta \quad (3.2)$$

um den Faktor  $\cos \beta$  mal dünner als im Stirnschnitt. Die gleiche Beziehung gilt für die Zahndicken am Teilkreis.