hochschule für angewandte wissenschaften
FACHBEREICH FAHRZEUGTECHNIK UND FLUGZEUGBAU hamburg
university of applied sciences

Lösung zur Klausur Technische Mechanik 3

WS 2001/2002

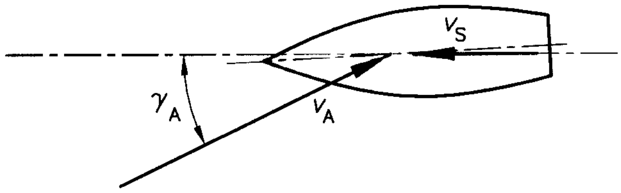
Prof. Dr.-Ing. Dieter Scholz, MSME

Bearbeitungsdauer: 180 Minuten

Datum: 01.02.2002

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Eine Yacht segelt mit der Geschwindigkeit v_S = 3 m/s am Wind. Die Geschwindigkeit des Windes, von der Yacht aus beobachtet (scheinbarer Wind), beträgt v_A = 8,7 m/s. Der scheinbare Wind fällt unter einem Winkel von g_A = 26° zum gesegelten Kurs ein. Wie groß ist die wahre (absolute) Windgeschwindigkeit v_W , und unter welchem Winkel g_W zum gesegelten Kurs weht der Wind?

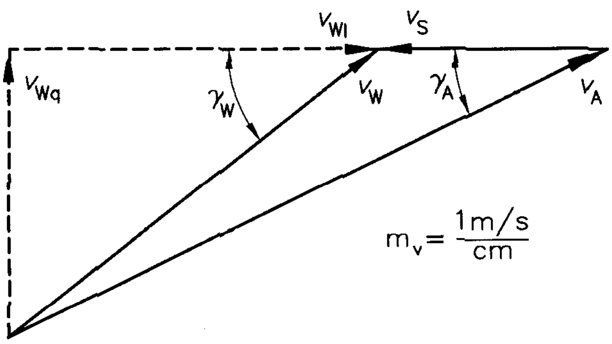


Lösung:

Die Yacht stellt das geführte Bezugssystem dar, d. h. Führungsgeschwindigkeit $\upsilon_F = \upsilon_S$. Für die absolute (wahre) Windgeschwindigkeit gilt

$$\vec{\upsilon}_W = \vec{\upsilon}_F + \vec{\upsilon}_{rel} = \vec{\upsilon}_S + \vec{\upsilon}_A .$$

Diese Vektorgleichung entspricht dem Geschwindigkeitsdreieck in Bild b.



$$\upsilon_W \mathrel{\hat{=}} 6{,}15\text{ cm} \quad \rightarrow \quad \upsilon_W = 6{,}15\text{ m/s} \quad (\approx 12\text{ kn}) \qquad \gamma_W \approx 38°$$

Analytische Auswertung des Geschwindigkeitsdreiecks:

$$\upsilon_{Wq} = \upsilon_A \cdot \sin\gamma_A = 8{,}7\text{ m/s} \cdot \sin 26° \approx 3{,}8\text{ m/s}$$

$$\upsilon_{Wl} = \upsilon_A \cdot \cos\gamma_A - \upsilon_S = 8{,}7\text{ m/s} \cdot \cos 26° - 3\text{ m/s} \approx 4{,}8\text{ m/s}$$

$$\upsilon_W = \sqrt{\upsilon_{Wq}^2 + \upsilon_{Wl}^2} \approx 6{,}15\text{ m/s}\,; \quad \gamma_W = \arctan\frac{\upsilon_{Wq}}{\upsilon_{Wl}} \approx \frac{3{,}8}{4{,}8} \approx 38°$$

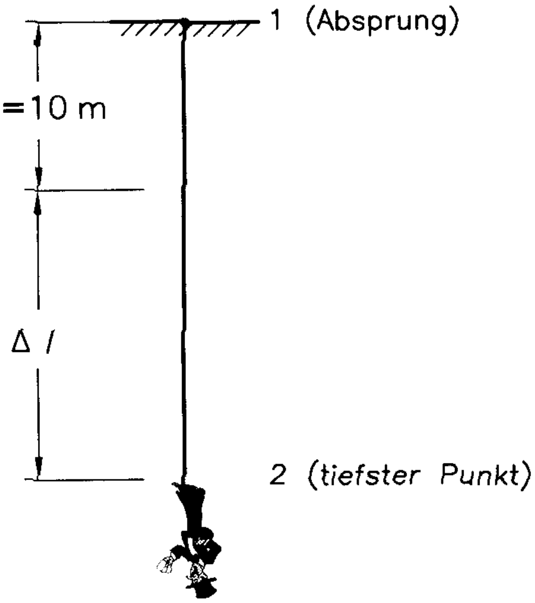
Aufgabe 2 (8 Punkte)
Eine 80 kg schwere Person lässt sich am 10 m langen Bungee-Seil in die Tiefe fallen. Das Seil hat unbelastet eine Länge von 10 m. Die Federkonstante beträgt 75 N/m. Wie tief fällt die Person? Wie groß ist die maximale Kraft *F*, die vom Seil auf den Springer wirkt? Der Luftwiderstand ist zu vernachlässigen!

Lösung:

Die Skizze zeigt den Zustand der größten Seilverlängerung. Die potentielle Energie der Lage (Punkt 1) wird in die potentielle Energie des gespannten Seiles (elastische Energie) umgewandelt (Punkt 2). Die Geschwindigkeit ist in 1 und 2 Null.

Energiesatz zwischen 1 und 2:

Das Nullniveau der potentiellen Energie der Lage wird in den Punkt 2 gelegt.



$$E_{pot2} + \underbrace{E_{kin2}}_{=0} = E_{pot1} + \underbrace{E_{kin1}}_{=0}$$

$$\frac{c \cdot \Delta l^2}{2} = m \cdot g(l + \Delta l)$$

$$\Delta l^2 - \frac{2m \cdot g}{c}\Delta l - \frac{2m \cdot g \cdot l}{c} = 0$$

$$\Delta l = \frac{m \cdot g}{c} \pm \sqrt{\left(\frac{m \cdot g}{c}\right)^2 + \frac{2m \cdot g \cdot l}{c}}$$

Das Minuszeichen scheidet aus, da es eine negative Verlängerung ergeben würde.

Mit $\frac{m \cdot g}{c} = \frac{80 \cdot 9{,}81}{75} \frac{\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{m}}{\text{s}^2 \cdot \text{N}} = 10{,}464 \text{ m}$

folgt:

$$\Delta l = 10{,}464 \text{ m} + \sqrt{10{,}464^2 + 2 \cdot 10{,}464 \cdot 10} \text{ m} \approx 28{,}3 \text{ m}$$

Der Springer fällt insgesamt ca. 38,3 m tief.

Die maximale Seilkraft wirkt im Zustand der größten Seilverlängerung, also im Punkt 2.

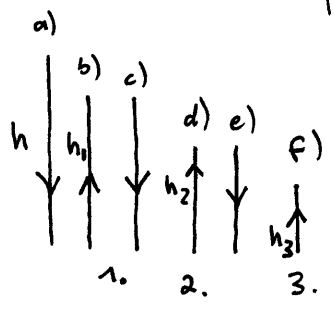
$$F = c \cdot \Delta l = 75 \cdot 28{,}32 \text{ N} \approx 2100 \text{ N}$$

Aufgabe 3 (8 Punkte)
Ein Vollgummiball wird auf den Boden fallen gelassen. Die Stoßzahl beträgt 0,8. Welche Zeit t vergeht vom ersten Loslassen des Balles aus einer Höhe h = 1 m bis der Ball seine maximale Höhe nach dem dritten Rücksprung erreicht?

Lösung:

Aus Vorlesung: $K = \sqrt{\frac{h^*}{h}} = 0.8$

Hier drei Rücksprünge:



$K = \sqrt{\frac{h_1}{h}}$ $K^2 = \frac{h_1}{h}$ $h_1 = K^2 \cdot h = 0{,}64 \text{ m}$

$h_2 = K^2 \cdot h_1 = 0{,}4096 \text{ m}$

$h_3 = K^2 \cdot h_2 = 0{,}2621 \text{ m}$

$s = \frac{1}{2} g t^2$ $\sqrt{\frac{2s}{g}} = t$ $g = 9.81 \frac{m}{s^2}$

$t_a = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} = 0.452 \text{ s}$

$t_b = \sqrt{\frac{2 \cdot h_1}{g}} = 0{,}361 \text{ s} = t_c$

$t_d = \sqrt{\frac{2 \cdot h_2}{g}} = 0.289 \text{ s} = t_e$

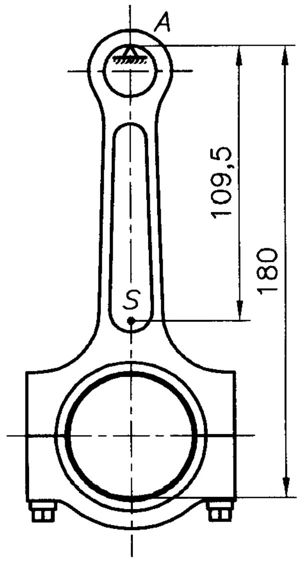
$t_f = \sqrt{\frac{2 \cdot h_3}{g}} = 0.231 \text{ s}$

$t = t_a + t_b + t_c + t_d + t_e + t_f = 1{,}98 \text{ s}$

Es dauert etwa 2 s.

Aufgabe 4 (6 Punkte)

Für ein Pleuel soll im Pendelversuch das Massenträgheitsmoment bestimmt werden. Dazu wird das Pleuel im Punkt A durch eine Schneide unterstützt. Gemessen werden 80 Schwingungen in 61 Sekunden. Das Pleuel wird gewogen und dadurch die Masse bestimmt mit m = 559 g sowie die Lage des Schwerpunktes (siehe Zeichnung). Berechnen Sie aus den Angaben das Massenträgheitsmoment des Pleuels um den Schwerpunkt S!



Lösung:

Eigenkreisfrequenz ω_A aufgrund der Messung:

$$\omega_A = 2\pi \cdot f_A = 2\pi \cdot \frac{\text{Anzahl Schwingungen}}{T_{ges}} = 2\pi \frac{80}{61\ \text{s}} \approx 8{,}24\ \text{1/s}$$

Für das physikalische Pendel gilt:

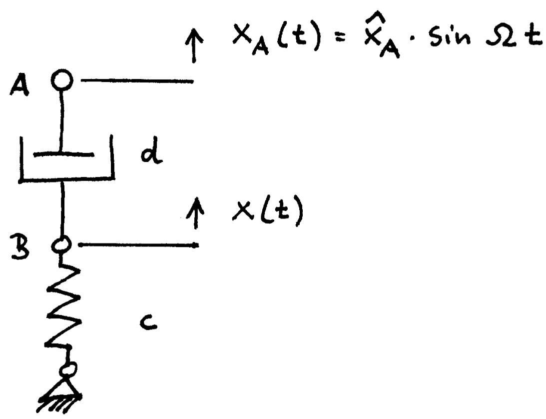
$$\omega_A = \sqrt{\frac{m \cdot g \cdot r_{AS}}{J_A}} \quad \rightarrow$$

$$J_A = \frac{m \cdot g \cdot r_{AS}}{\omega_A^2} \approx \frac{0{,}559 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}1095}{8{,}24^2}\ \text{kgm}^2 = 8{,}84 \cdot 10^{-3}\ \text{kgm}^2$$

$$J_S = J_A - m \cdot r_{AS}^2 \approx \left(8{,}84 \cdot 10^{-3} - 0{,}559 \cdot 0{,}1095^2\right) \text{kgm}^2 \approx 2{,}14 \cdot 10^{-3}\ \text{kgm}^2$$

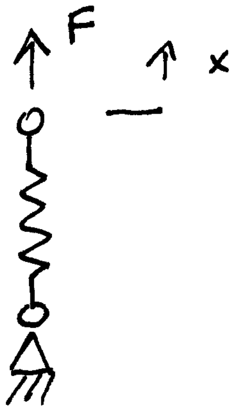
Aufgabe 5 (17 Punkte)

Gegeben ist das gezeigte System bestehend aus Dämpfer, d = 1 N/(m/s) und Feder, c = 0,1 N/m. Punkt A erfährt eine harmonische Anregung. Die Kreisfrequenz der Anregung ist Ω = 1 1/s. Wir interessieren uns für die Bewegung des Punktes B. Zum Zeitpunkt t = 0 ist sowohl die Auslenkung von Punkt B $x(t{=}0) = 0$ als auch die Geschwindigkeit $\dot{x}(t{=}0) = 0$.

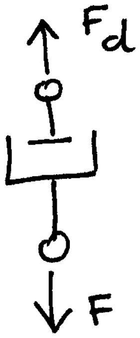


a) Welche Zeitkonstante T hat das System?

b) Welche Werte der Vergrößerungsfunktion V und der Phasenverschiebung φ stellen sich im eingeschwungenen Zustand ein?



$$F = x \cdot c$$



$$F_d = (\dot{x}_A - \dot{x})\, d$$

$$(\uparrow) \quad F_d - F = 0$$

$$(\dot{x}_A - \dot{x})\, d - x \cdot c = 0$$

$$\dot{x}_A \cdot d - \dot{x} \cdot d - x \cdot c = 0$$

$$\dot{x} d + x \cdot c = \dot{x}_A \cdot d$$

$$d \cdot \dot{x} + c \cdot x = d \cdot \dot{x}_A$$

$$\frac{d}{c} \cdot \dot{x} + x = \frac{d}{c} \cdot \dot{x}_A$$

$$T \cdot \dot{x} + x = T \cdot \dot{x}_A$$

a) $$T = \frac{d}{c} = \frac{1\,Ns \cdot m}{m \cdot 0.1\,N} = 10\,s$$

Laplace Transformation:

b) $$T \cdot s \cdot x + x = T \cdot s \cdot x_a$$

$$(Ts + 1) \cdot x = Ts \cdot x_a$$

$$F(s) = \frac{x(s)}{x_a(s)} = \frac{Ts}{Ts+1}$$

eingeschwungener Zustand: $s \to j\omega$

$$F(j\omega) = \frac{Tj\omega}{Tj\omega + 1}$$

$$= \frac{Tj\omega\,(1 - Tj\omega)}{(1 + Tj\omega)\,(1 - Tj\omega)} = \frac{Tj\omega + T^2\omega^2}{1 + T^2\omega^2}$$

$$= \frac{T^2\omega^2}{1+T^2\omega^2} + j\,\frac{T\omega}{1+T^2\omega^2}$$

mit $T = \frac{1}{\omega_E}$

und $\omega = \Omega$

$\omega_E = 0.1\,\frac{1}{s}$

$\frac{\Omega}{\omega_E} = 10$

$$= \frac{\left(\frac{\Omega}{\omega_E}\right)^2}{1+\left(\frac{\Omega}{\omega_E}\right)^2} + j\,\frac{\frac{\Omega}{\omega_E}}{1+\left(\frac{\Omega}{\omega_E}\right)^2}$$

$$|F(j\omega)| = V = \frac{\left(\frac{\Omega}{\omega_E}\right)}{1+\left(\frac{\Omega}{\omega_E}\right)^2} \cdot \sqrt{\left(\frac{\Omega}{\omega_E}\right)^2 + 1} = \frac{10}{1+10^2} \cdot \sqrt{10^2+1}$$

$$= 0.995$$

$$\varphi = +\arctan \frac{1}{\left(\frac{\Omega}{\omega_E}\right)} = +5.7^\circ$$