

## **Konvergenzmethoden Pro/MECHANICA Structure**

Herkömmliche Softwareprogramme für die Sturanalyse arbeiten beim Aufbau und der Analyse von Bauteil-Strukturmodellen mit der Finite-Elemente-Methode. Die Verfahren, die auf dieser Methode basieren, zerlegen das Bauteil in kleinere Teile, die Finite Elemente genannt werden.

Pro/MECHANICA verwendet Finite-Elemente höherer Ordnung, sogenannte P-Geometrielemente, und simuliert mit diesen Elementen statische oder dynamische Formänderungen mechanischer Bauteile.

### **Geometrielemente und p-Methode:**

Geometrielemente sind der Kernbestandteil der sogenannten p-Methode, einer Abwandlung der Finiten-Elemente-Methode.

Die p-Methode stellt die Verschiebung eines jeden Elements mit Polynomen höherer Ordnung dar, im Gegensatz zu den linearen und bisweilen auch quadratischen Funktionen, die in der herkömmlichen Finite-Elemente-Analyse verwendet werden. Ein einzelnes Geometrielement kann somit eine komplexere Formänderung wiedergeben, als dies mit herkömmlichen Finiten-Elementen möglich ist.

Pro/MECHANICA löst die Modellgleichungen auf, indem sie die Ordnung der Polynome mit jedem Schritt automatisch erhöht und so die angegebenen konvergenzkriterien erfüllt. Dieser Ansatz sorgt für eine hohe Genauigkeit und liefert äußerst zuverlässige Ergebnisse. Anders als herkömmliche FE-Programme sorgt Pro/MECHANICA für exakte Ergebnisse, ohne dass die Elemente manuell oder adaptiv regeneriert werden müssen.

### **Quellen:**

O.C. Zienkiewicz and J.Zhu  
"The Superconvergent Patch Recovery and A Posteriori Error Estimates"  
International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol.33,page313 (1992)

### **Schnelldurchlauf (Quick Check):**

Gleichungslösung wird mit Polynomgrad 3 durchgeführt (für erweiterte Modellüberprüfung geeignet)

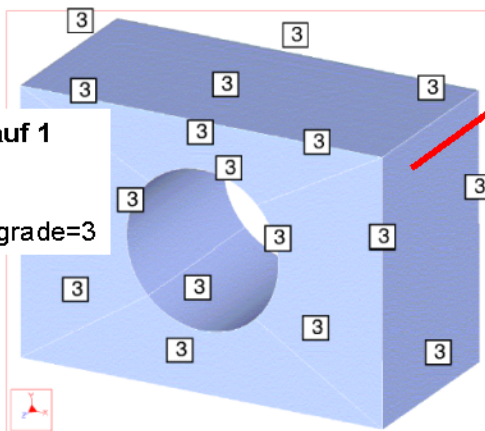
## Adaptive Einschrittkonvergenz (Single Pass):

### Eigenheiten:

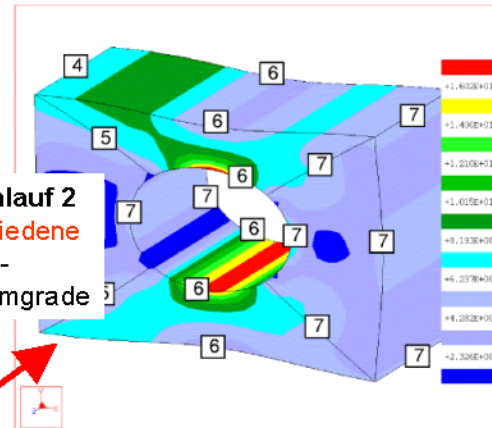
- schneller als Mehrfach-Konvergenz
- bewährte Genauigkeit
- weniger Feedback zur Lösungsqualität (keine Konvergenzkurven)

### **P-Durchlauf 1**

Alle  
Kanten-  
Polynomgrade=3



### **P-Durchlauf 2** Verschiedene Kanten- Polynomgrade



### Das wichtigste in Kürze:

Der P-Durchlauf wird mit Polynom-Grad 3 gestartet (intern sind auch Resultate mit P=2 bekannt), danach Abschätzung der Polynomgradverteilung für 2. P-Durchlauf

Statt in mehreren Schritten und Polynomenerhöhungen, werden beim Single Pass nur zwei Schritte durchgeführt. Die erste Berechnung rechnet das gesamte Modell mit P3, um dann aufgrund interner Kriterien festzulegen, welche Elementkante, welche Ordnung erhält, um ein "gutes" Ergebnis zu erreichen. Dann wird das Modell ein zweites Mal berechnet.

Der Single Pass ist möglich, da zusätzliche Fehlerabschätzungen für die Spannungen in dem Modell vorhanden sind. Nach der ersten Rechnung wird direkt ein Spannungsfehler errechnet, der zusätzlich zu den bereits vorhandenen Kriterien für die zweite Aufstellung der Gleichungen verwendet wird. Diese Spannungsfehlerabschätzung basiert auf der SUPERCONVERGENT STRESS EXTRACTION (leider habe ich in keiner FEM-Abhandlung einen deutschen Begriff für diese Berechnungsweise gefunden). Hier werden die Spannungsfunktionen lokal auf die Dehnungen bezogen, aber global über ein gleichmäßiges Spannungsfeld gelöst.

Es werden, wie gehabt, die Spannung pro Element aus den Dehnungen/Verformungen errechnet, zusätzlich wird aber ein Spannungsfeld über das Bauteil gelegt, das über alle Elemente hinweg simultan gelöst wird. Die Idee von Zienkiewicz and J.Zhu war nun mit diesen zusätzlichen Informationen über die Ergebnisqualität die Vernetzung adaptiv zu steuern. Bei der h-Methode behindert aber die benötigte Elementgüte und Form diese Art der lokal gesteuerten Vernetzung. (Sicherlich gibt es auch für die h-Methode adaptive Vernetzungsverfahren).

Der Vorteil der p-Methode ist hier, daß das Netz bleibt wie es ist. Diese zusätzlichen Informationen fließen in die Polynomienordnung der Elemente ein.

Die superkonvergente Lösung wird als die bessere Lösung angesehen und mit der elementbezogenen Lösung verglichen und die Lösungsqualität wird in allen Gausspunkten errechnet. Die Lösungsqualität oder auch der Lösungsfehler wird in der .rpt Datei angegeben.

Achtung: Dieser Fehler ist kein lokaler Fehler, sondern ein statistischer RMS Fehler.

Leider wird der Fehler in der .rpt Datei auf einen maximalen lokalen Spannungswert der Hauptspannung bezogen. Was hier sehr schnell beim Anwender eine falsche Interpretation hervorruft und eigentlich auch falsch dargestellt ist.

Beispiel:

```
>> Pass 2 <<
Calculating Element Equations (09:09:56)
  Total Number of Equations: 29220
  Maximum Edge Order: 6
Solving Equations (09:09:59)
Post-Processing Solution (09:10:03)
Checking Convergence (09:10:05)
Calculating Disp and Stress Results (09:10:07)

RMS Stress Error Estimates:

Load Set      Stress Error  % of Max Prin Str
-----
LoadSet1      1.24e+01      3.0% of 4.08e+02

Resource Check (09:10:19)
Elapsed Time (sec): 74.46
CPU Time (sec): 52.45
Memory Usage (kb): 139381
Wrk Dir Dsk Usage (kb): 32768

Total Mass of Model: 1.577844e-07
```

Die 3.0% sind keine 3.0% von 408 N/mm2 sondern ein statistischer Fehler im Gesamt Modell:

RMS Fehler und bedeutet Root Mean Square Fehler:

Die Dokumentation sagt über den Fehler bei der Single Pass Berechnung folgendes:

Spannungsfehler - Dieser wird durch die punktuelle Aufnahme der geschätzten lokalen Fehler entlang der Außenkanten ermittelt. Bereiche, in denen Singularitäten auftreten können (Randbedingungen, scharfkantige Übergänge), werden bei der Schätzung nicht berücksichtigt. Den Spannungsfehler können Sie als Toleranz bei lokalen Spannungswerten verwenden.

Vorteile der Single Pass:

- Geschwindigkeit, da nur zwei Berechnungsschritte
- Verbrauch von Plattenplatz
- Keine unnötigen Freiheitsgrade im Modell
- Direkte, auf die Spannung bezogene Fehlerabschätzung
- Spannungsberechnung auf zwei Arten
- Singularitäten treiben nicht den lokalen Polynomengrad

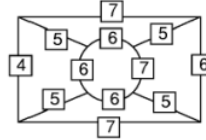
Aber aufgepasst:

- Keine Konvergenzkurve
- Keine Konvergenzvorgabe
- Fehlerwert schwierig zu interpretieren
- Spannungsbild oft zackig und ausgefranst, obwohl gute Ergebnisse
- Symmetrische Bauteile haben ein etwas unsymmetrisches Spannungsbild

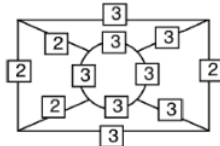
## Adaptive Mehrfachkonvergenz (Multi Pass):

### Vorgegeben (vom Anwender):

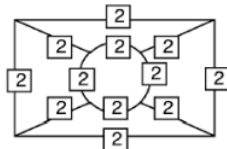
z.B. **5 %** Konvergenz bei  
Verf. / D.E. / RMS-Spannung



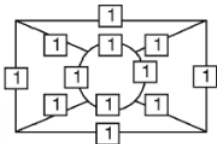
**P-Durchlauf 7**  
**Verschiedene**  
Kanten-  
Polynomgrade



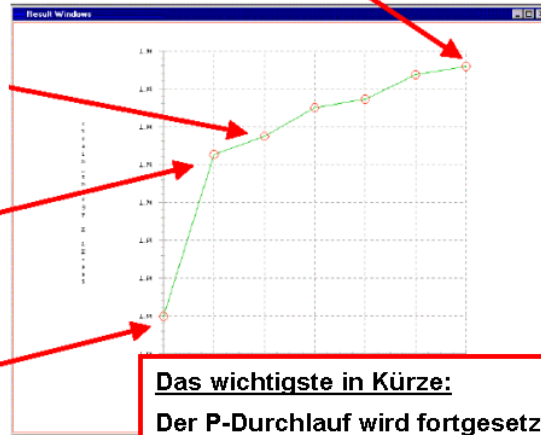
**P-Durchlauf 3**  
**Verschiedene**  
Kanten-  
Polynomgrade



**P-Durchlauf 2**  
**Alle**  
Kanten-  
Polynomgrade=2



**P-Durchlauf 1**  
**Alle**  
Kanten-  
Polynomgrade=1



### Das wichtigste in Kürze:

Der P-Durchlauf wird fortgesetzt  
bis die Prozentänderung (z.B. **5 %**)  
erfüllt ist, oder der maximale Poly-  
nomgrad erreicht ist

Pro/MECHANICA Anwender wissen seit langem die Konvergenzkontrolle durch die Konvergenzgraphen zu schätzen (Multi Pass Methode oder Mehrschrittkonvergenz). Der Anwender gibt die gewünschten Abbruchkriterien für seine Berechnung vor. Er kann im Anschluß an die Rechnung die Konvergenz bezüglich der gewünschte Auswertgrößen lokal verifizieren.

## Erfahrungen:

Reine Volumenmodelle mit Single Pass rechnen.

Wenn der RMS Wert zwischen 0 und 5% liegt: Qualitativ hochwertiges Ergebnis

RMS Wert zwischen 5 und 10%: gutes Ergebnis

Über 10%: Modell auf Singularitäten und Modellierung überprüfen und mit Multi Pass gegenchecken

Über 20%: Modell konvergiert sehr schlecht, wird wahrscheinlich auch mit Multi Pass nicht konvergieren.

Gegencheck mit Multi Pass